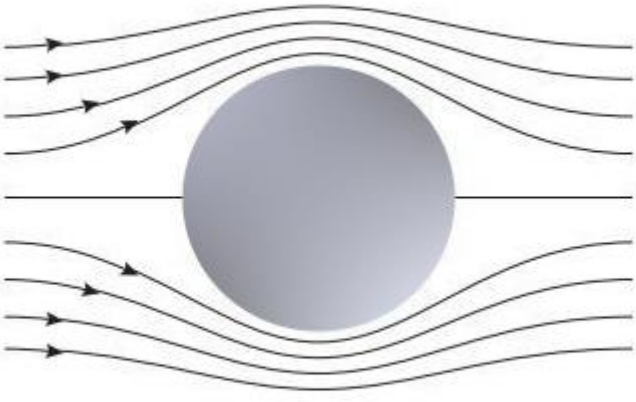
ਦ੍ਰਵਗਤਿਕੀ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਮੂਲ ਤੱਤ

ਡਾ: ਬਲਦੇਵ ਸਿੰਘ ਕੰਦੋਲਾ, ਯੂ:ਕੇ:



ਵਿਸ਼ਾ ਸੂਚੀ

ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ ਸੂਚੀ

ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਸੂਚੀ

1 ਵਿਸ਼ਾ ਪ੍ਰਵੇਸ਼

'ਦ੍ਰਵ' ਸ਼ਬਦ 'ਦ੍ਰ' ਧਾਤੂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਵਹਿਣਾ ਜਾਂ ਦੌੜਨਾ। ਤਦਾਨੁਸਾਰ, ਦ੍ਰਵ ਉਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਨਿਰਬਾਧ ਵਹਿਣ ਜਾਂ ਵਹਾਉ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਵਿਭਿੰਨ ਵਹਾਉ ਦੀਆਂ ਪਰਤਾਂ ਵਿਚਕਾਰ 'ਕਤਰਨੇ ਤਣਾ' (ਅਪਰੂਪਣ ਤਣਾ) ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਲਗਾਤਾਰ ਉਸ ਦਾ ਆਕਾਰ ਕੁਰੂਪ (ਵਿਰੂਪ, ਸ਼ਕਲ ਦਾ ਵਿਗਾੜ) ਹੁੰਦਾ ਰਹੇ ਭਾਵ ਉਸ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਬਦਲਦੀ ਰਹੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਤੀਮਾਨ, ਰੂਪ ਬਦਲਣ ਵਾਲੀਆਂ ਤਰਲ, ਭਾਫ (ਵਾਸਪ) ਜਾਂ ਗੈਸੀ ਵਸਤੂਆਂ, ਜੋ ਬਾਹਰੀ ਦਬਾ ਥੱਲੇ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਫੈਲੀਆਂ ਪੈ ਜਾਣ, ਨੂੰ 'ਦ੍ਰਵ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

'ਦ੍ਰਵਗਤਿਕੀ' ਭੌਤਿਕਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਉਹ ਅਧਿਐਨ ਸ਼ਾਖਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਗਾਂਹ, ਦ੍ਰਵਗਤਿਕੀ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਸ਼ਾਖਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ: 'ਦ੍ਰਵ ਸਥੈਤਿਕੀ' ਜੋ ਸਥਿਰ (ਗਤੀਹੀਣ) ਦ੍ਰਵਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦਾ ਹੈ; 'ਦ੍ਰਵ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀ' ਜੋ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਸਿਰਫ ਗਤੀ ਨਾਲ ਹੀ ਸਬੰਧ ਰੱਖਦਾ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਵਰਣਨ ਨਹੀ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਅਤੇ ਸਾਮਾਨਜ ਤੌਰ 'ਤੇ 'ਦ੍ਰਵ ਯਾਂਤ੍ਰਿਕੀ' ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬਲਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਾਧੀਨਤਾ ਥੱਲੇ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੇ ਵਤੀਰੇ ਦੀ ਜਾਂਚ ਪੜਤਾਲ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਤਿੰਨੇ ਅਨੁਸ਼ਾਸਨ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਗੂੜ੍ਹਾ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦੇ ਹਨ।

2 ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣ

ਦ੍ਰਵ ਵਹਾਉ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਲਈ, 'ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ' ਅਤੇ 'ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ' ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸ਼ਨਾਖਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸੰਪੀੜਨ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਦਬਾਉਣ ਨਾਲ ਉਸ ਦੀ ਸ਼ਕਲ (ਆਕਾਰ) ਅਤੇ ਭੌਤਿਕ ਗੁਣਾਂ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਲਿਆਉਣਾ, ਭਾਵ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਪੀੜਨਾ ਜਾਂ ਸੁੰਗੜਾਉਣਾ; ਜਿਵੇਂ ਗੈਸਾਂ 'ਤੇ ਦਬਾ ਪਾ ਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਆਇਤਨ (ਘਨਫਲ) ਘੱਟ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਤਰਲ ਪਦਾਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਪੀੜਨਯੋਗਤਾ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਇੰਨੇ ਘੱਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਣਡਿੱਠ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤਰਲ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਵਹਾਉ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਗੈਸਾਂ ਅਤੇ ਭਾਫ ਦੇ ਗਤਿਕ ਅਧਿਐਨ ਲਈ ਸੰਪੀੜਨਯੋਗਤਾ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਕਾਫੀ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਦ੍ਰਵ 'ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ' ਅਤੇ 'ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ' ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਜੋ ਵਹਾਉ ਦੇ ਦਬਾ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਹੋਰ ਗੁਣ ਜੋਂ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਭਾਵਤ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਹੈ ਉਸ ਦੇ ਅਣੂਆਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਆਪਸੀ ਬਲ (ਅੰਤਰ-ਆਣਵਿਕ ਬਲ ਜਾਂ ਟੱਕਰ) ਜਾਂ ਘਰਸ਼ਣ (ਖਹਿ) ਜੋ ਦ੍ਰਵ ਦੀਆਂ ਦੋ ਲਾਗਲੀਆਂ ਪਰਤਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਦ੍ਰਵ ਦੀ 'ਸ਼ਯਾਨਤਾ' (ਲੇਸ ਜਾਂ ਚੇਪ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (ਜਾਂ ਚਿਪਚਿਪਾਹਟ) ਉਸ ਉੱਪਰ 'ਕਤਰਨੇ ਤਣਾ' (ਚੀਰਨਾ) ਜਾਂ 'ਤਨਨ ਤਣਾ' (ਖਿੱਚਣਾ) ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕੁਰੂਪਤਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ (ਵਿਰੋਧ) ਦਾ ਮਾਪ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਭਾਵ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਉਸ ਦੀ ਰੂਪ ਬਦਲੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਤਰਲ ਪਦਾਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗਾੜ੍ਹਾਪਣ (ਜਾਂ ਸੰਘਣਾਪਣ) ਦਾ ਮਾਪ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਸੀਰੇ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਪਾਣੀ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਦ੍ਰਵ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ 'ਕਤਰਨੇ ਤਣਾ' ਵਿਰੁੱਧ ਕੋਈ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਨਾ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ ਅਸ਼ਯਾਨ ਜਾਂ ਕਲਪਿਤ ਦ੍ਰਵ (ਸੁੰਨ ਜਾਂ ਸਿਫਰ ਸ਼ਯਾਨਤਾ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਮੁੱਖ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਾਸਤਵ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਤੇ ਧਨਰਾਸ਼ੀ ਵਾਲੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2.1 ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਗੁਣ

ਘਣਤਾ: ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਏਕਾਂਕ ਆਇਤਨ ਦੇ ਦ੍ਰਵਮਾਨ (ਭਾਰ) ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਨੂੰ ਘਣਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਘਣਤਾ, ρ, ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\rho = \frac{\text{ਦ੍ਰਵਮਾਨ}}{\text{ਆਇਤਨ}} = \frac{m}{v} \tag{1}$$

ਜਿੱਥੇ, ਯੂਨਾਨੀ ਅੱਖਰ (ਰ੍ਹੋ) ρ = ਦ੍ਰਵ ਘਣਤਾ (*kg/m^3*), *m* = ਦ੍ਰਵਮਾਨ (*kg*), v = ਦ੍ਰਵ ਆਇਤਨ (*m^3*)

ਉਦਾਹਰਣ: ਆਮ ਪਾਣੀ ਦੀ ਘਣਤਾ (ਤਾਪਮਾਨ 0^oC) 997 kg/m^3 ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਆਇਤਨ: ਘਣਤਾ ਦੇ ਵਿਉਤਕ੍ਰਮ (ਵਿਪਰੀਤ) ਨੂੰ "ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਆਇਤਨ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਏਕਮ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਦਾ ਆਇਤਨ ਕਿੰਨਾ ਹੈ (m^3/kg), ਅਰਥਾਤ

$$v = \frac{1}{\rho} \tag{2}$$

ਉਦਾਹਰਣ: ਆਮ ਪਾਣੀ ਦੀ 'ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਆਇਤਨ' (ਤਾਪਮਾਨ 18^{o}C) 0.001 m^3/kg ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕਤਰਨੀ ਬਲ: ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਪਿੰਡ (ਵਸਤੂ) ਉੱਪਰ ਲੱਗੇ ਕੁੱਲ ਬਲ, F, ਦੇ ਉਸ ਅੰਸ਼ ਨੂੰ, ਜੋ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, "ਕਤਰਨੀ ਬਲ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਜਿਹੜਾ ਅੰਸ਼ ਇਸ ਸਪਰਸ਼ੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਲੰਬਕ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ ਅਭਿਲੰਬਕ ਬਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬਲ ਨੂੰ "ਨਿਊਟਨ" ਇਕਾਈ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ N (ਅਰਥਾਤ 1N = 1 kg m/s^2)।

ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ: ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕਰਤਨੀ ਤਣਾ (ਜਾਂ ਅਪਰੂਪਣ ਪ੍ਰਤਿਬਲ), τ (ਯੁਨਾਨੀ ਅੱਖਰ: ਟਾਓ), ਕਤਰਨੀ ਬਲ ਦਾ ਉਹ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ (ਮੁੱਲ) ਪ੍ਰਤੀ ਇਕਾਈ ਖੇਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਘਟਾ ਕੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਬਣਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਔਸਤ ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ, ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\tau = \frac{F}{A} \tag{3}$$

ਜਿੱਥੇ,

τ = ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ (Pa, Pascal, Nm^{-2})
F = ਲਗਾਇਆ ਬਲ (N, Newton)
A = ਲੰਬੇ-ਦਾਅ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲਗਾਏ ਬਲ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ (m^2)

ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵਹਾਉ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੈ ਤਾਂ y ਦੂਰੀ ਦੇ ਇੱਕ ਤਲ ਅੰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਉੱਪਰ ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\tau(y) = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{4}$$

ਜਿੱਥੇ,

τ = ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ (Pa, Pascal, Nm^{-2})
μ = ਵਹਾਉ ਦੀ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (Pa.s, ਜਾਂ kg m^{-1} s^{-1})
A = ਲੰਬੇ-ਦਾਅ ਦਾ ਖੇਤਰ, ਲਗਾਏ 'ਬਲ ਸਦਿਸ਼' (ਦਿੱਤੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਲ) ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ (m^2)
$\partial u/\partial y$ ਸਮਤਲ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵੇਗ, u, ਦੀ ਲੰਬਕ ਦਿਸ਼ਾ ਦੀ ਦੂਰੀ, y, ਨਾਲ ਬਦਲਣ ਦੀ ਦਰ

ਦਬਾ: ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਉੱਪਰ ਦਬਾ, p, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$p = \frac{\text{ਲੰਬਕ ਬਲ}}{\text{ਖੇਤਰਫਲ}} = \frac{F}{A} \tag{5}$$

ਜਿੱਥੇ,

p = ਦਬਾ (Pa ਜਾਂ Nm^{-2})
F = ਲੰਬਕ ਬਲ (N)
A = ਖੇਤਰਫਲ (m^2)

ਸੰਵੇਗ: ਕਿਸੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ (ਗਤੀਮਾਨ) ਪਿੰਡ ਦੇ ਬੇਰੋਕ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਰਹਿਣ ਦੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ (ਰੌਂ) ਨੂੰ 'ਸੰਵੇਗ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਇਹ ਉਸ ਦੀ 'ਗਤੀ-ਊਰਜਾ' ਦਾ ਮਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਗਤੀਮਾਨ ਪਿੰਡ ਦਾ ਸੰਵੇਗ ਉਸ ਦੇ ਦ੍ਰਵਮਾਨ (ਭਾਰ) ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਚਾਲ (ਰਫਤਾਰ) ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ ਅਨੁਸਾਰ ਦ੍ਰਵਮਾਨ, m, ਅਤੇ ਵੇਗ (ਰਫਤਾਰ), v, ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਸੰਵੇਗ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਤਦਾਅਨੁਸਾਰ, ਸੰਵੇਗ, P, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$P = m.v \tag{6}$$

ਜਿੱਥੇ,

P = ਸੰਵੇਗ ($kg.ms^{-1}$)
m = ਦ੍ਰਵਮਾਨ (kg)
v = ਵੇਗ (ms^{-1})

ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ: ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਦੀ, ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ, ਵਿਸਰਣਤਾ (ਖਿੱਲਰਨਾ) ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ 'ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦ੍ਰਵ ਪਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਣਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿੰਨੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਤਬਾਦਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (ਜਾਂ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ) ਅਤੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਉਂ

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{7}$$

ਜਿੱਥੇ,

ν = (ਯੂਨਾਨੀ ਅੱਖਰ 'ਨਿਉ') ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (m^2s^{-1})

μ = ਵਹਾਉ ਦੀ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (Pa.s,ਜਾਂ kg m^{-1} s^{-1})

ρ = ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ (kg/m^3),

2.2 ਅਵਸਥਾ ਸਮੀਕਰਣ

ਇੱਥੇ 'ਅਵਸਥਾ' ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਦ੍ਰਵ ਕਿਸ ਹਾਲਤ ਜਾਂ ਅਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਹੈ। ਹਾਲਤ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਹੋਂਦ ਦੇ ਲੱਛਣਿਕ ਮਾਪਦੰਡਾਂ ਦਾ ਗਿਆਨ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਮਾਪਦੰਡ ਉਸਦਾ ਦਬਾ, p; ਤਾਪਮਾਨ, T; ਅਤੇ ਘਣਤਾ, ρ, ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਲੱਛਣ ਹਰ ਬਿੰਦੂ ਉੱਪਰ ਇਕ ਸਮਾਨ ਹੋਣ (ਭਾਵ ਦ੍ਰਵ ਇਕਸਾਰ ਹੋਵੇ), ਉਸ ਦਾ ਰਸਾਇਣਿਕ ਮਿਸ਼ਰਣ ਨਿਰਧਾਰਤ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਯੋਗ ਅਨੁਭਵ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ਕਿ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਉਸ ਦੇ ਦਬਾ ਅਤੇ ਤਾਪਮਾਨ ਦਾ ਇੱਕ ਫਲਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ

$$\rho = f(p, T) \tag{8}$$

ਇੱਥੇ ਫਲਨ, f, ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਕੋਈ ਇੱਕ ਗੁਣ (ਜਾਂ ਪਰਿਮਿਤਿ), ρ, p ਜਾਂ T, ਦੂਜੇ ਦੋ ਗੁਣਾਂ ਦੁਆਰਾ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ; ਭਾਵ ਇੱਕ ਦੇ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਦੂਜੇ ਵੀ ਬਦਲ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਕਾਰਕ ਨੂੰ 'ਫਲਨ' ਇਸ ਲਈ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਗਣਿਤਿਕ ਸੰਬੰਧ ਨਾਲ ਗਿਆਤ p ਅਤੇ T ਤੋਂ ਅਗਿਆਤ ρ ਦੀ ਕੀਮਤ (ਪਰਿਮਾਣ) ਕੱਢੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਭਾਵ 'ਫਲ' ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਗੈਸ ਲਈ, ਜਿਸ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਅਤੇ ਦਾਬਮਾਨ 'ਵਿਯੋਜਨ' ਅਤੇ 'ਤਰਲਾਉਣ' ਅਵਸਥਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਨ ਨਾਲੋ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਹੋਣ, ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਗਣਿਤਿਕ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਾਫੀ ਪ੍ਰਮਾਣਕ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\bar{R}}{M}.T \tag{9}$$

ਜਿੱਥੇ,

p = ਦਾਬਮਾਨ (N/m^2)
$\bar{R}$ = ਸਾਰਵਿਕ ਗੈਸ-ਸਥਿਰਅੰਕ (8.135 x 10^3 m^2/s^2K (ਜਾਂ J/kg K))
M = ਗੈਸ ਦਾ ਆਣਵਿਕ ਭਾਰ (kg/kmol)
T = ਪਰਮ ਤਾਪਮਾਨ (^oK) = ਤਾਪਮਾਨ (^oC) + 273

ਇਸ ਵਿੱਚ 'ਵਿਯੋਜਨ' ਅਤੇ 'ਤਰਲਾਉਣ' ਦੀ ਸ਼ਰਤ (ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ) ਇਸ ਲਈ ਰੱਖੀ ਗਈ ਗਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 'ਅਤਿਅੰਤ ਦਬਾਉ' ਥੱਲੇ ਗੈਸਾਂ ਤਰਲ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ ('ਤਰਲਾਉਣ') ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਣ (9) ਤਰਲ ਪਦਾਰਥਾਂ ਲਈ ਲਾਗੂ ਨਹੀ ਹੁੰਦਾ। ਦੂਜੇ ਬੰਨੇ, ਇੱਕ ਗੈਸ ਜਾਂ ਗੈਸਾਂ ਦਾ ਮਿਸ਼ਰਣ, 'ਅਤਿਅੰਤ ਤਾਪਮਾਨ' ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ, ਆਂਸ਼ਿਕ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਆਂਸ਼ਿਕ ਗੈਸਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਖਰ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ 'ਵਿਯੋਜਨ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸਮੀਕਰਣ (9) ਲਾਗੂ ਨਹੀ ਹੁੰਦਾ।

ਵਿਭਿੰਨ ਗੈਸਾਂ ਦੇ ਆਣਵਿਕ ਭਾਰ, **ਸਾਰਣੀ 1** ਵਿੱਚ ਸੂਚਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਉਨਮਾਨਾਂ ਨੂੰ ਅਤੇ ਗੈਸ ਸਮੀਕਰਣ (9) ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਗੈਸ ਵਿਵਸਥਾ (ਤੰਤਰ) ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਗੈਸ ਜੋ ਸਮੀਕਰਣ (9) ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰੇ ਉਸ ਨੂੰ "ਆਦਰਸ਼ ਗੈਸ" ਜਾਂ "ਸੰਪੂਰਣ ਗੈਸ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਹੱਦ ਤੱਕ ਇਹ ਨਿਯਮ ਹਵਾ ਦੇ ਵਹਾਉ ਦੇ ਪਰਿਕਲਨਾਂ (ਹਿਸਾਬ, ਗਣਨਾ) ਲਈ ਵੀ ਠੀਕ ਸਮਝਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਹਾਲਾਕਿ, ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਹਵਾ ਕਈ ਗੈਸਾਂ ਦਾ ਮਿਸ਼ਰਤ ਦ੍ਰਵ ਹੈ। ਇਹ ਵੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਦਰਸ਼ ਗੈਸ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ ਦੋਵੇ ਗਤੀਹੀਣ ਅਤੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਗੈਸਾਂ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਸਹੀ ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ 1: ਗੈਸਾਂ ਦੇ ਆਣਵਿਕ ਭਾਰ

ਗੈਸ ਦਾ ਨਾਮ	**ਆਣਵਿਕ ਭਾਰ (M kg/kmol)**
ਹਾਈਡਰੋਜਨ (H_2)	2.0
ਕਾਰਬਨ ਮੋਨੋਆਕਸਾਈਡ (CO)	28.0
ਮੀਥੇਨ (CH_4)	16.0
ਈਥੇਨ (C_2H_6)	30.0
ਪਰੋਪੇਨ (C_3H_8)	44.0
ਹਵਾ (ਵਾਯੂ)	28.9

2.3 ਸੰਪੀੜਨਯੋਗਤਾ ਅਤੇ ਤਾਪਕ ਪਸਾਰ (ਫੈਲਾਵ)

ਸਮੀਕਰਣ (9), ਗੈਸ ਦੀ ਸੰਪੀੜਨਯੋਗਤਾ ਦਾ ਗੁਣ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਕੁਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਘਣਤਾ (ρ) ਅਤੇ ਦਬਾਉ (p) ਚਲਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਜਾਂ ਦ੍ਰਵ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਬਾਹਰੀ ਦਬਾਉ ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਸਾਪੇਖਕ ਆਇਤਨ ਤਬਦੀਲੀ ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ ਉਸ ਪਦਾਰਥ ਦੀ 'ਸੰਪੀੜਨਯੋਗਤਾ' ਜਾਂ 'ਸੰਪੀੜੀਅਤਾ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ "ਸੰਪੀੜਨਤਾ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ" ਜਾਂ "ਸਮਤਾਪੀ ਸੰਪੀੜਨਤਾ" ਦੇ ਨਾਮਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਅਨੁਸਾਰ ਦਬਾਮਾਨ, p, ਵਧਣ ਨਾਲ ਆਇਤਨ, v, ਘਟਦਾ ਹੈ, ਐਪਰ ਸ਼ਰਤ ਇਹ ਕਿ ਇਹ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਸਮਤਾਪੀ ਹਾਲਾਤਾਂ (ਭਾਵ ਤਾਪਮਾਨ, T, ਅਚਲ ਰਹੇ) ਥੱਲੇ ਵਿਚਰੇ।

ਜੇਕਰ ਦਬਾਮਾਨ p ਤੋਂ $p+\partial p$ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਆਇਤਨ v ਤੋਂ $v+\partial v$ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਤਾਂ 'ਸੰਪੀੜਨਤਾ ਦਾ ਗੁਣਾਕ', β, ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

$$\beta = \frac{1}{v}. \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T \qquad (10)$$

ਇੰਜ ਹੀ, ਅਚਲ ਦਬਾਮਾਨ, p, ਥੱਲੇ,

$$\beta_1 = \frac{1}{v}. \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \qquad (11)$$

ਇੱਥੇ, β_1, ਨੂੰ 'ਤਾਪਕ ਪਸਾਰ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣ (11) ਆਇਤਨ ਦੇ ਬਦਲਣ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਸਮਦਾਬ (ਅਚਲ ਦਬਾਉ) ਦੀ ਪ੍ਰਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਤਾਪਮਾਨ ਦੇ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ: ਕਿਸੇ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਏਕਾਂਕ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਇੱਕ ਦਰਜਾ ਵਧਾਉਣ ਲਈ ਜੋ ਤਾਪ ਮਾਤਰਾ ਲੋੜੀਂਦੀ ਹੈ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ "ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀ, ਤਾਪਮਾਨ ਵਧਾਉਂਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ 'ਅਚਲ ਦਬਾ' ਜਾਂ 'ਅਚਲ ਆਇਤਨ' ਦੀਆਂ ਪ੍ਰਸਥਿਤੀਆਂ ਥੱਲੇ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਤਦਾਨੁਸਾਰ, ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ 'ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ' ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ; ਇੱਕ ਅਚਲ-ਦਬਾ ਵਾਲਾ, C_p, ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਅਚਲ-ਆਇਤਨ ਵਾਲਾ, C_v,। ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਕਈ ਬਾਰ 'ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ ਧਾਰਿਤਾ' (ਧਾਰਿਤਾ = ਧਾਰਣਸ਼ਕਤੀ ਜਾਂ ਖਮਤਾ/ਸਮਰੱਥਾ) ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗਣਿਤਿਕ ਸਰੂਪ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$C_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_p \quad \text{ਅਚਲ ਦਬਾ ਥੱਲੇ} \tag{12}$$

$$C_v = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_v \quad \text{ਅਚਲ ਆਇਤਨ ਥੱਲੇ} \tag{13}$$

ਜਿੱਥੇ, q, ਉਸ ਤਾਪਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਨਿਰੂਪਣ ਹੈ ਜੋ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਦ੍ਰਵ ਨੂੰ ਗਰਮ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਠੋਸ ਅਤੇ ਤਰਲ ਪਦਾਰਥਾਂ ਲਈ $C_p = C_v$, ਅਤੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ ਦੀ ਮਾਪ ਇਕਾਈ [kJ/kg^{o}K] ਹੁੰਦੀ ਹੈ (ਭਾਵ, ਕਿੱਲੋ ਜਿਊਲ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿੱਲੋਗ੍ਰਾਮ ਪ੍ਰਤੀ ਕੈਲਵਨ (ਤਾਪਮਾਨ ਦੀ ਇਕਾਈ ਦਰਜਾ ਕੈਲਵਨ ^{o}K ਜਾਂ ਦਰਜਾ ਸੈਲਸੀਅਸ ^{o}C ਹੁੰਦੀ ਹੈ)। ਆਮ ਪਦਾਰਥਾਂ ਦੇ 'ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ' ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ, ਦੇਖੋ **ਸਾਰਣੀ 2**.।

ਸਾਰਣੀ 2: ਕੁੱਝ ਆਮ ਪਦਾਰਥਾਂ ਦੇ 'ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ'

ਗੈਸ/ਵਾਸ਼ਪ	C_p (kJ/kgK)	C_v (kJ/kgK)
ਹਵਾ (ਸਮੁੰਦਰੀ ਤਲ 'ਤੇ)	1.01	0.718
ਕਾਰਬਨ ਡਾਈਆਕਸਾਈਡ (CO_2)	0.844	0.655
ਹਾਈਡਰੋਜਨ (H_2)	14.32	10.16
ਔਕਸੀਜਨ (O_2)	0.910	0.659
ਪਾਣੀ (H_2O)	4.19	-

ਤਦਾਨੁਸਾਰ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਵਧਾਉਣ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਤਾਪ ਮਾਤਰਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

$$Q = m.C_p.\Delta T \tag{14}$$

ਜਿੱਥੇ,

Q = ਲੋੜੀਂਦਾ ਤਾਪ [kJ],
m = ਦ੍ਰਵਮਾਨ [kg],
C_p = ਅਚਲ ਦਬਾ ਥੱਲੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ [kJ/kgK],
ΔT = ਤਾਪਮਾਨ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ [^{o}K]

ਦ੍ਰਿਸ਼ਟਾਂਤ: ਇੱਕ ਕਿੱਲੋਗ੍ਰਾਮ ਪਾਣੀ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ 0^{o}C ਤੋਂ 100^{o}C ਤੱਕ ਵਧਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀ ਤਾਪ ਊਰਜਾ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ?

ਪਾਣੀ ਦਾ ਦ੍ਰਵਮਾਨ, m = 1 kg
ਪਾਣੀ ਦਾ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ, C_p = 4.19 kJ/kgK
ਪਾਣੀ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ 'ਚ ਵਾਧਾ, ΔT = 100 – 0 = 100

ਸਮੀਕਰਣ (14) ਅਨੁਸਾਰ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਤਾਪ ਊਰਜਾ, Q, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪਰਿਕਲਨ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ,

Q = 4.19 x 1.0 x 100 kJ
= **419.0** kJ

ਵਾਸ਼ਪ ਦਾਬ: ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਤਰਲ ਪਦਾਰਥ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਵਧਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦੀ ਆਣਵਿਕ ਹਲਚਲ ਵੀ ਵਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤਾਪਮਾਨ ਚੋਖਾ ਵਧ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਤਪੇ ਹੋਏ ਅਣੂ, ਤਰਲ ਦੀ ਸਤਾਹ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਉੱਠਣੇ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਉੱਠਦੇ ਅਣੂਆਂ ਦੁਆਰਾ ਸਤਹ ਤੋਂ ਥੋੜੇ ਜਿਹੇ ਉੱਪਰ ਲਗਾਇਆ ਦਬਾ ਉਸ ਤਰਲ ਦਾ "ਵਾਸ਼ਪ ਦਾਬ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਤਾਪਮਾਨ ਵਧਦੇ

ਰਹਿਣ ਨਾਲ 'ਵਾਸ਼ਪ ਦਾਬ' ਵੀ ਵਧਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ 'ਵਾਸ਼ਪ ਦਾਬ' ਵਧ ਕੇ ਸਤਹ ਦੇ ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਦਾਬ ਦੇ ਬਰਾਰਬ ਹੋ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਤਰਲ ਉੱਬਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ: ਤਰਲ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਆਪਸੀ 'ਆਣਵਿਕ ਖਿੱਚ' ਕਾਰਨ ਤਰਲ ਦੀ ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਸਤਹ ਇੱਕ ਖਿੱਚੇ ਹੋਏ ਝੀਂਗੁਰ ਜਾਂ ਝਿੱਲੀ ਵਾਂਙ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੱਗਣ ਲਗਦੀ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਬਦਲਣ ਲਈ ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਸਤਹ ਉੱਪਰ 'ਜ਼ੋਰਦਾਰ ਕੰਮ' ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਤਦਾਨੁਸਾਰ, ਸਤਹ ਦੀ ਕਿਸੇ ਲੰਬੀ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਸਤਹ ਨੂੰ ਜਕੜ ਕੇ ਰੱਖਣ ਲਈ ਜਿਸ 'ਬਲ ਪ੍ਰਤੀ ਇਕਾਈ ਲੰਬੀ ਰੇਖਾ' ਦੀ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ ਉਸ ਬਲ ਨੂੰ 'ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ ਗੁਣਾਂਕ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਬਲ ਨੂੰ ਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$F = \int \sigma \, dl \qquad (15)$$

ਜਿੱਥੇ,

σ = 'ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ ਗੁਣਾਂਕ', [N/m]
F = ਬਲ, [N]
l = ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, [m]
∫ = ਸਮਾਕਲਨ (ਜਾਂ ਅਨੁਕਲਨ) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ

σ (ਸਿਗਮਾ) ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ਸਿਰਫ ਤਰਲ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਤੇ ਹੀ ਨਹੀ ਬਲਕਿ ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਸਤਹ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ 'ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ।

3 ਦ੍ਰਵ ਸਥੈਤਿਕੀ ਅਤੇ ਉਛਾਲਵਤਾ

ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਦ੍ਰਵੀ ਵਿਵਸਥਾ (ਤੰਤਰ) ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਇੱਕ ਤਹਿ, ਲਾਗਲੀ ਤਹਿ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਅਲਗ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ 'ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ' (ਖਹਿ) ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ 'ਤਣਾਅ' ਵੇਗ ਪ੍ਰਵਣਤਾ (ਵੇਗ ਢਾਲ) ਦੇ ਅਨੁਪਾਤਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਗਤੀਹੀਣ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਇਹ ਤਣਾਅ ਸਿਫਰ ਵੇਗ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

3.1 ਦ੍ਰਵ ਵਿਵਸਥਾਵਾਂ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਪ੍ਰਵਰਤਕ ਬਲ

ਦ੍ਰਵੀ ਵਿਵਸਥਾਵਾਂ 'ਤੇ ਲਗਦੇ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਲੱਗਣ ਵਾਲੀ ਜਿਆਮਿਤੀ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਅਨੁਸਾਰ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

1. "ਪਿੰਡੁ ਬਲ" ਉਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਦ੍ਰਵ ਵਿਵਸਥਾ ਦੇ ਕੁੱਲ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਕਰਕੇ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ, ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਠੋਸ ਵਸਤੂ ਦਾ "ਪਿੰਡੁ ਬਲ" ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੇ ਭਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੇ 'ਗੁਰੂਤਵ ਕੇਂਦਰ' 'ਤੇ ਲਗਦਾ ਹੈ।
2. "ਸਤਹ ਬਲ" (ਜਾਂ ਕਤਰਨੀ ਬਲ) ਕਿਸੇ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਲਗਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਤਹ ਦੇ ਪਸਾਰ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਐਸਾ ਬਲ, 'ਅਭਿਲੰਬ ਸੰਘਟਕ' (ਅਭਿਲੰਬਕ ਅੰਸ਼ ਜਾਂ ਅਵਯਵ) ਅਤੇ 'ਸਪਰਸ਼ਰੇਖੀ ਸੰਘਟਕ' (ਸਪਰਸ਼ਰੇਖੀ ਅੰਸ਼ ਜਾਂ ਅਵਯਵ) ਵਿੱਚ ਵਿਭਾਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
3. "ਰੇਖਾ ਬਲ" (ਜਾਂ ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ) ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਦਾ ਹੈ।

3.2 ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੁ 'ਤੇ ਦਬਾ

ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੁ 'ਤੇ ਦਬਾ, 'ਸਤਹੀ ਦਬਾ' ਦਾ ਅਭਿਲੰਬਕ ਸੰਘਟਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਕਾਈ ਸਤਹੀ ਖੇਤਰਫਲ ਉੱਪਰ ਲਗਦਾ ਹੈ, ਜਾਂ ਇਹ 'ਅਭਿਲੰਬਕ ਬਲ ਪ੍ਰਤੀ ਏਕਾਂਕ ਖੇਤਰਫਲ' ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਉਹ ਸੀਮਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੁ 'ਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਸਿਫਰ ਵਲ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦ੍ਰਵੀ ਵਿਵਸਥਾ ਲਈ ਦਬਾ ਇੱਕ 'ਅਦਿਸ਼' (ਦਿਸ਼ਾ ਰਹਿਤ) ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਵਿਵਸਥਾ ਦੀ ਅਭਿਮੁੱਖਤਾ (ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਤੀ) ਤੋਂ ਸੁਤੰਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਥੈਤਿਕ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕਾਲਪਨਿਕ ਫਾਨਾ-ਸ਼ਕਲ ਦੇ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ ਲਈ, ਹਰੇਕ ਭੁਜ 'ਤੇ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਬਲ 'ਪਿੰਡੁ ਬਲ' ਅਤੇ 'ਸਤਹੀ ਬਲ' ਕਰਕੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 1** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਦ੍ਰਵ ਨੂੰ ਸੰਤੁਲਨ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਊਰਧਵ (ਲੰਬਕ) ਅਤੇ ਤਿਰਯਕ (ਸਮਤਲ) ਆਂਸ਼ਿਕ ਬਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲਜੋੜ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ,

$$\sum F_x = 0 \tag{16}$$

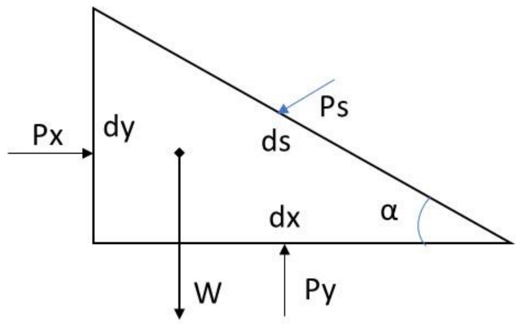
$$\sum F_y = 0 \tag{17}$$

ਇੱਥੇ, ਯੂਨਾਨੀ ਅੱਖਰ Σ (ਸਿਗਮਾ) ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਕੁੱਲ ਜੋੜ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕ ਹੈ।

ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 1 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਬਲਾਂ ਨੂੰ ਊਰਧਵ (y-ਧੁਰਾ) ਅਤੇ ਤਿਰਯਕ (x-ਧੁਰਾ) ਧੁਰਿਆਂ ਵਿੱਚ ਨਿਖੇੜ ਕੇ ਇਹ ਦਿਖਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ $\partial x \rightarrow 0$, $\partial y \rightarrow 0$ ਦੀ ਪਰਿਸੀਮਾ ਵਿੱਚ,

$$p_x = p_y = p_s \tag{18}$$

ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕਈ ਬਾਰ "ਪਾਸਕਲ ਦਾ ਨਿਯਮ" ਕਰਕੇ ਵੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਦ੍ਰਵ ਵਿਵਸਥਾ ਸਥਿਰ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਦਬਾ ਸਭ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 1: ਕਾਲਪਨਿਕ ਫਾਨਾ-ਸ਼ਕਲ ਦਾ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ

3.3 ਸਥੈਤਿਕਦ੍ਰਵ ਸਮੀਕਰਣ

ਕਿਸੇ ਸਥੈਤਿਕ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਅੰਦਰ, ਆਧਾਰ ਸਤਹ ਤੋਂ ਉਚਾਈ, z, ਨਾਲ ਸਥੈਤਿਕ ਦਬਾ ਬਦਲਣ ਦੀ ਦਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵਰਣਨ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \tag{19}$$

ਇੱਥੇ, ਬਹੁਤ ਸਧਾਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਸਮੀਕਰਣ (19) ਨੂੰ ‘ਸਾਧਾਰਣ ਅਵਕਲ ਸਮੀਕਰਣ’ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਥਮ ‘ਅਵਕਲ ਸੰਕਾਰਕ’, d/dz, ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਚਰ-ਰਾਸ਼ੀ ਵਾਲੇ ਫਲਨ ਦਾ ਅਵਕਲਨ, ਉਸ ਫਲਨ ਦੇ ‘ਆਗਤ-ਮਾਨ’ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਫਲਨ ਦੇ ‘ਨਿਰਗਤ-ਮਾਨ’ ਦੀ, ਤਬਦੀਲੀ ਪ੍ਰਤੀ ਸੰਵੇਦਨਸ਼ੀਲਤਾ ਦਾ ਮਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ dp/dz ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦਬਾ, p, ਉਚਾਈ, z, ਨਾਲ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲਦਾ ਹੈ; ਅਰਥਾਤ p ਦੀ z ਨਾਲ ਤਬਦੀਲੀ ਦੀ ਦਰ। ਕਿਸੇ ਫਲਨ ਦਾ ਅਵਕਲਜ ਲੱਭਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਅਵਕਲਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ‘ਅਵਕਲਨ’ ਕਲਨ ਦੇ ਬੁਨਿਆਦੀ ਉਪਕਰਣ ਹਨ।

(ਚਰ = ਬਦਲਣਸ਼ੀਲ ਰਾਸ਼ੀ; ਅਵਕਲਨ = ਅਵ + ਕਲਨ; ਅਵ = ਉਤਰਾਉ/ਚੜ੍ਹਾਉ (ਪਰਿਵਰਤਨਸ਼ੀਲ); ਕਲਨ = ਗਿਣਨਾ ਜਾਂ ਹਿਸਾਬ; ਇਸ ਲਈ ‘ਅਵਕਲਨ’ ਦਾ ਮਤਲਬ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਾ ਕਲਨ।) ਕਿਸੇ ਫਲਨ ਦੀ ਚਲ-ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਕੋਈ ਮੁੱਲ (‘ਆਗਤ-ਮਾਨ’) ਦੇ ਕੇ ਫਲਨ ਦਾ ‘ਫਲ’ ਜਾਂ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਨੂੰ ਉਸ ਦਾ ‘ਨਿਰਗਤ-ਮਾਨ’ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ρ ਨੂੰ ਸਥਿਰਅੰਕ ਮੰਨ ਕੇ ਅਵਕਲ ਸਮੀਕਰਣ (19) ਦਾ ਅਨੁਕਲਨ (ਸਮਾਕਲਨ) ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\int dp = -\int \rho\, g.dz \tag{20}$$

$$\boldsymbol{p + \rho g z = C}$$

ਜਿੱਥੇ,

g = ਗੁਰੂਤਵੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਥਿਰਅੰਕ (m/s^2),

z = ਆਧਾਰ ਸਤਹ ਤੋਂ ਉਚਾਈ (m)

ρ = ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ (kg/m^3)

C = ‘ਸਮਾਕਲਨੀ’ ਸਥਿਰਅੰਕ, (ਇਹ ਵਿਮਾਹੀਣ ਜਾਂ ਵਿਮਾਰਹਿਤ ਅੰਕ/ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ)

ਆਮ ਕਰਕੇ ਸਮੀਕਰਣ (20) ਨੂੰ “ਸਥੈਤਿਕਦ੍ਰਵ ਸਮੀਕਰਣ” ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਇਸ ਨੂੰ “ਟੌਰੀਚੈਲੀ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ” ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਿਧਾਂਤ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ, ਸਜਾਤੀ (ਇੱਕੋ ਕਿਸਮ ਦਾ ਜਾਂ ਇਕਸਾਰ, ਸਾਧਰਮਈ), ਅਤੇ ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਵਿਚ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਆਧਾਰ ਪੱਧਰ ਤੋਂ ਉੱਪਰ, ਹਰ ਉਚਾਣ ‘ਤੇ ‘ਸਥੈਤਿਕ ਦਬਾ’ (p) ਅਤੇ ‘ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਦਾਬੋਚਤਾ’ (ρgh) ਦਾ ਕੁੱਲ ਜੋੜ ਇੱਕ ਸਥਿਰਅੰਕ ਰਾਸ਼ੀ (C) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

'ਕਲਨ' ਦੀਆਂ ਦੋ ਸ਼ਾਖਾਂ ਹਨ: 'ਅਵਕਲਨ' (ਜਾਂ ਚਲਨ ਕਲਨ) ਅਤੇ 'ਸਮਾਕਲਨ' (ਜਾਂ ਅਨੁਕਲਨ)। 'ਅਵਕਲਨ' ਦਾ ਸੰਬੰਧ ਤਤਕਾਲੀ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਰ ਨਾਲ ਹੈ, ਭਾਵ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਦੂਜੀ ਰਾਸ਼ੀ ਨਾਲ ਬਦਲਣ ਦੀ ਦਰ (ਜਿਵੇਂ ਸਮੀਕਰਣ (19))। ਜਦਕਿ 'ਸਮਾਕਲਨ' (ਜਾਂ ਅਨੁਕਲਨ) ਦਾ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ (ਸੰਕਲਨ) ਕਰਨ ਜਾਂ ਸਮਾਹਰਣ (ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਨਾ) ਕਰਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਹੈ (ਜਿਵੇਂ ਸਮੀਕਰਣ (20))। ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਸਮਾਕਲ ਚਿੰਨ੍ਹ, $\int$, ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕੁੱਲ ਜੋੜ। ਇਹ ਦੋਨੋ ਸ਼ਾਖਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹਨ। 'ਅਵਕਲਨ' ਦੀ ਵਿਪਰੀਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ 'ਸਮਾਕਲਨ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਿਹਾਰਕ ਇੰਜਨੀਅਰਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆਵਾ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਕੰਪਿਊਟਰ ਆਧਾਰਤ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਸਮਾਕਲਨ ਦੇ ਤਕਨੀਕ ਆਮ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਕੰਮ ਲਈ ਜੋ ਮਿਆਰੀ ਸਮਾਕਲ ਇਸਤੇਮਾਲ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਉਹ ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ॥ਘ॥ ਵਿੱਚ ਸੂਚਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ।

3.4 ਡੁੱਬੇ ਤਲਾਂ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਬਲ

ਅਣਗਿਣਤ ਇੰਜਨੀਅਰੀ ਡੀਜ਼ਾਈਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਡੁੱਬੇ ਹੋਏ ਤਲ ਸ਼ਾਮਲ ਹੋਣ (ਜਿਵੇਂ, ਵੱਡੇ ਵੱਡੇ ਮਾਲ-ਡੱਬੇ, ਵਿਸ਼ਾਲ ਪਾਣੀ ਦੇ ਬੰਧਾਂ ਦੀਆਂ ਕੰਧਾਂ, ਤਰਲ ਨਾਲ ਭਰੇ ਟੈਂਕ ਦੀਆਂ ਕੰਧਾਂ ਆਦਿ) ਲਈ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਬਲ ਅਤੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਕਿਰਿਆ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ ਗਿਆਨ ਹੋਵੇ। ਕਿਸੇ ਡੁੱਬੇ ਹੋਏ ਤਲ ਉੱਪਰ ਲਗਦਾ ਕੁੱਲ ਬਲ ਉਸ ਸਮੁੱਚੇ ਤਲ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਦ੍ਰਵੀ ਦਬਾ ਦਾ ਸਮਾਕਲਨ ਕਰਕੇ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ

$$F = \int_A p.dA \tag{21}$$

ਜੇਕਰ ਸਮੁੱਚੇ ਤਲ 'ਤੇ ਦਬਾ ਸਥਿਰਅੰਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਤਿਰਯਕ ਤਲ (ਸਮਤਲ) 'ਤੇ ਲਗਦਾ ਬਲ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$F = p.A \tag{22}$$

ਜਿੱਥੇ,

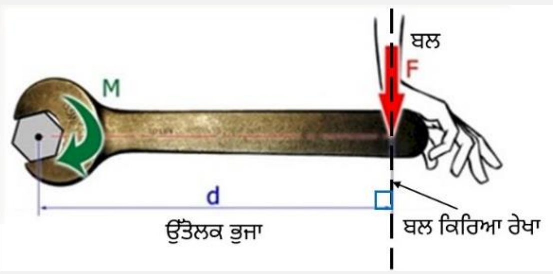
A = ਸਮੁੱਚੇ ਤਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ

ਤਲ ਉੱਪਰ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜਿੱਥੇ ਇਹ ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ ਲਗਦਾ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ 'ਦਬਾ ਦਾ ਕੇਂਦਰ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਡੁੱਬੇ ਹੋਏ ਤਿਰਯਕ ਤਲ (ਸਮਤਲੀ ਤਲ) ਦਾ 'ਦਬਾ ਦਾ ਕੇਂਦਰ' ਉਸ ਦੇ 'ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਕੇਂਦ੍ਰਕ' ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਨਤੀਜਾ, ਇਸ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਕੱਢਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ 'ਦਬਾ ਦੇ ਕੇਂਦਰ' ਵਿੱਚ ਦੀ ਗੁਜ਼ਰਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਧੁਰੇ ਪ੍ਰਤਿ ਕੁੱਲ 'ਵਿਤਰਿਤ ਬਲਾਂ ਦਾ ਆਘੂਰਣ' ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਬਲ ਆਘੂਰਣ: ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੇ ਘੁਮਾਉਣ ਦੇ ਅਸਰ (ਪ੍ਰਭਾਵ) ਨੂੰ 'ਆਘੂਰਣ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਲੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ 'ਕੀਲ ਬਿੰਦੂ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਲਗਾਏ ਗਏ ਬਲ ਅਤੇ ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਤੋਂ ਕੀਲ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਦੇ ਲੰਬਕ ਫਾਸਲੇ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਰਥਾਤ

ਬਲ ਆਘੂਰਣ [N.m] = ਬਲ [N] x ਲੰਬਕ ਦੂਰੀ (ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਤੋ ਕੀਲ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ) [m]

ਕੋਈ ਨਟ ਕੱਸਦੇ ਸਮੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇ ਸਾਡਾ ਹੱਥ (ਭਾਵ ਬਲ) ਨਟ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੱਸਣ ਲਈ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਜ਼ੋਰ (ਬਲ) ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀ ਆਪਣਾ ਹੱਥ ਰੈਂਚ ਦੇ ਬਾਹਰ ਵਲ ਨੂੰ (ਨਟ ਤੋਂ ਦੂਰ) ਖਿਸਕਾਉਂਦੇ ਹਾਂ (ਭਾਵ ਦੂਰੀ,d, ਨੂੰ ਵਧਾਉਂਦੇ ਹਾਂ) ਤਾਂ ਨਟ ਕੱਸਣਾ ਆਸਾਨ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਰੀ ਵਧਾਉਂਣ ਨਾਲ, ਉਹੀ ਬਲ, F, ਲਈ ਸਾਨੂੰ, ਨਟ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੁਆਲੇ, ਆਘੂਰਣ ਵੱਡਾ ਮਿਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਟ ਨੂੰ, ਉਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੁਆਲੇ, ਘੁਮਾਉਣਾ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਨਟ ਕੱਸਣ ਦੇ ਕੇਸ ਵਿੱਚ, ਬਲ ਆਘੂਰਣ (ਜਾਂ ਬਲਾਘੂਰਣ) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

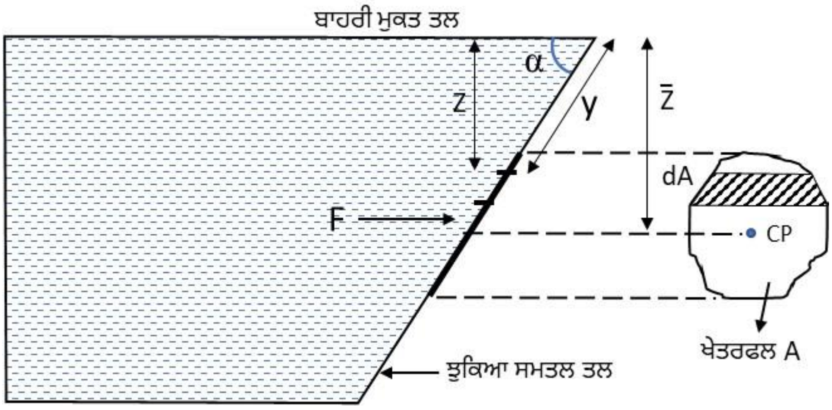


ਬਲਘੂਰਣ ਜਾਂ ਆਘੂਰਣ , M = F x d

ਕਿਉਂਕਿ ਆਘੂਰਣ ਦਾ ਘੁੰਮਣਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ; ਰੂੜ੍ਹ ਅਨੁਸਾਰ ਘੜੀਵਤ ਆਘੂਰਣ ਧਨਾਤਮਕ (+) ਅਤੇ ਪ੍ਰਤਿਘੜੀਵਤ ਆਘੂਰਣ ਰਿਣਾਤਮਕ (-) ਹੁੰਦਾ ਹੈ

3.5 ਡੁੱਬੇ ਹੋਏ ਝੁਕੇ-ਸਮਤਲ ਅਤੇ ਵਕਰ ਤਲਾਂ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਬਲ

ਇਸ ਜਾਂਚ ਪੜਤਾਲ ਲਈ, ਇੱਕ ਝੁਕੇ ਸਮਤਲੀ ਤਲ ਨੂੰ ਜਾਚਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 2** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 2: ਡੁੱਬਿਆ ਹੋਇਆ ਸਮਤਲ ਤਲ

ਡੁੱਬੇ ਅਤੇ ਝੁਕੇ ਹੋਏ ਤਾਤਵਿਕ ਤਲ, ਖੇਤਰਫਲ A, ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦੇ, ਬਾਹਰੀ ਨਿਰਲੇਪ (ਮੁਕਤ) ਤਲ ਤੋਂ, z, ਦੀ ਡੂੰਘਾਈ 'ਤੇ ਅੰਸ਼ਕ ਖੇਤਰਫਲ, dA, ਉੱਪਰ ਲਗਦਾ ਅੰਸ਼ਕ ਬਲ, dF, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$dF = \rho g z\, dA = \rho g\, y \sin\alpha\, dA \tag{23}$$

ਅਤੇ ਕੁੱਲ ਬਲ, ਅੰਸ਼ਕ ਬਲ ਨੂੰ ਸਮੁੱਚੇ ਖੇਤਰਫਲ 'ਤੇ ਸਮਾਕਲਨ ਕਰਕੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

$$F = \rho g \sin\alpha \int_A y\, dA \tag{24}$$

ਜੇਕਰ ਤਾਤਵਿਕ ਤਲ (ਖੇਤਰਫਲ A) ਦਾ y-ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਲਿਆ ਜਾਵੇ,

$$\bar{y} = \frac{1}{A}\int_A y\, dA \tag{25}$$

ਤਾਂ, ਕੁੱਲ ਬਲ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$F = \rho g \bar{y} A \sin\alpha = \rho g \bar{z} A \tag{26}$$

ਜਾਂ

$$F = p_{CP} A \tag{27}$$

ਜਿੱਥੇ, ਸਥੈਤਿਕ ਦਬਾ, p_{CP}, ਤਾਤਵਿਕ ਖੇਤਰਫਲ, A, ਦੇ ਕੇਂਦ੍ਰਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਣ (27) ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਡੁੱਬੇ ਹੋਏ ਸਮਤਲੀ ਤਲ ਉੱਪਰ, ਬਲ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਉਸ ਤਲ ਦੇ ਕੇਂਦ੍ਰਕ ਬਿੰਦੂ ਉੱਪਰ ਸਥੈਤਿਕ ਦਬਾ ਅਤੇ ਉਸ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਡੁੱਬੇ ਹੋਏ ਵਕਰ ਤਲ ਲਈ ਇਹ ਦਿਖਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਬਲ ਦੇ 'ਤਿਰਯਕ' ਅਤੇ 'ਊਰਧਵ' ਅੰਸ਼ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਰਸਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ (ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 3**),

$$dF_x = \rho g y\, A \sin\theta\, dA \tag{28}$$

$$dF_y = \rho g y\, A \cos\theta\, dA \tag{29}$$

ਐਪਰ, sinθ dA, ਤਾਂ ਤਾਤਵਿਕ ਖੇਤਰਫਲ, dA, ਦਾ x-ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਲੰਬਕ ਸਮਤਲ ਉੱਪਰ ਪਰਖੇਪ (ਪਰਛਾਵਾਂ) ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਣ (28) ਇਹ ਦਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਕਰੀ ਤਲ ਉੱਪਰ ਦਬਾ-ਬਲ ਦਾ ਤਿਰਯਕ ਅੰਸ਼ ਉਸ ਵਕਰੀ ਤਲ ਦੇ ਪਰਖੇਪ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਦਬਾ ਬਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਵੇਂ, ਇਸ ਬਲ ਦਾ y-ਅੰਸ਼ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$F_y = \rho g \int_A dV \tag{30}$$

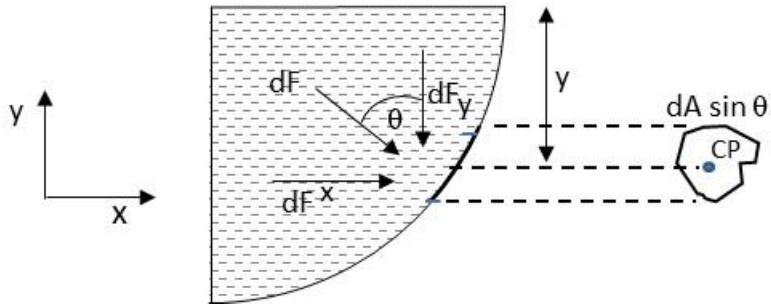
ਜਿੱਥੇ dV = y cosθ dA

ਸਮੀਕਰਣ (30), ਦੇ ਸਮਾਕਲਨ ਕਰਨ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$F_y = \rho g\, V \tag{31}$$

ਜਿੱਥੇ V, ਵਕਰ ਤਲ ਉਤਲੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਆਇਤਨ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣ (31) ਤੋਂ ਸਵੈ-ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਡੁੱਬੇ ਵਕਰ ਤਲ ਉੱਪਰ ਦਬਾ-ਬਲ ਦਾ ਊਰਧਵ ਅੰਸ਼ ਉਸ ਤਲ ਉਤਲੇ ਨਿਰਲੇਪ ਤਲ ਤੱਕ ਭਰੇ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਭਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 3: ਡੁੱਬਿਆ ਹੋਇਆ ਵਕਰ ਤਲ

3.6 ਡੁੱਬੀਆਂ ਪਿੰਡੁਕ ਵਸਤਾਂ ਉੱਪਰ ਉਛਾਲ ਬਲ

ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀ ਉੱਪਰਲੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਸਥੈਤਿਕ ਦ੍ਰਵ ਵਿਚ ਡੁੱਬੇ ‘ਪਿੰਡੁ’ (3-ਵਿਮੀ ਵਸਤੂ) ਦੇ ਤਲ ਉੱਪਰ ਦਬਾ ਵਿਚਲਣ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ, ਕੁੱਲ-ਜਮ੍ਹਾਂ ਬਲ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਬਲ ਦਾ ਊਰਧਵ ਅੰਸ਼ ‘ਉਛਾਲ ਬਲ’ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਹਮੇਸ਼ਾ ਊਰਧਵਾਧਰ (ਲੰਬਵਤ) ਉੱਪਰਮੁਖੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਦਾ ਹੈ।

‘ਉਛਾਲ ਬਲ’ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ, ਪਿੰਡੁ ਦੇ ਉਤਲੇ ਅਤੇ ਹੇਠਲੇ ਤਲਾਂ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਊਰਧਵਾਧਰ ਅੰਸ਼ ਦਬਾ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਤੱਥ ‘ਆਰਕੀਮੀਡੀਸ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ’ ਨਾਮ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ: “ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਡੁੱਬਿਆ ਪਿੰਡੁ ਉਠਾਨ ਬਲ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਸਦੇ ਭਾਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ, ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਆਇਤਨ ਦੇ ਭਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।” ਜੇਕਰ ਡੁੱਬਿਆ ਪਿੰਡੁ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ,

$$\rho = \rho_b \tag{32}$$

ਜਿੱਥੇ ρ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਅਤੇ ρ_b ਪਿੰਡੁ ਦੀ ਘਣਤਾ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਉਛਾਲ ਬਲ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਭਾਰ ਨਾਲੋ ਵੱਧ ਹੈ ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਤਰਦਾ ਰਹੇਗਾ, ਪਰ ਜੇ ਇਹ ਬਲ ਘੱਟ ਹੈ ਤਾਂ ਪਿੰਡ ਡੁੱਬ ਜਾਵੇਗਾ।

ਉਛਾਲਵਤਾ ਕੇਂਦਰ: ਉਛਾਲਵਤਾ ਕੇਂਦਰ, ਪਿੰਡ ਉੱਪਰ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਉਛਾਲ ਬਲ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਸਹੀ ਸਥਾਨ ਤਾਤਵਿਕ ਉਛਾਲ ਬਲ ਦੇ ਅਨੁਕਲਿਤ ਆਘੂਰਣ (ਆਘੂਰਣਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਜੋੜ) ਨੂੰ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਭਾਰ ਦੇ ਆਘੂਰਣ ਨਾਲ ਸਮੀਕਰਣ ਕਰਕੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਵੇਂ ਇਹ ਦਿਖਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਛਾਲਵਤਾ ਕੇਂਦਰ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਆਇਤਨ ਦੇ ਕੇਂਦ੍ਰਿਕ ਬਿੰਦੂ ‘ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

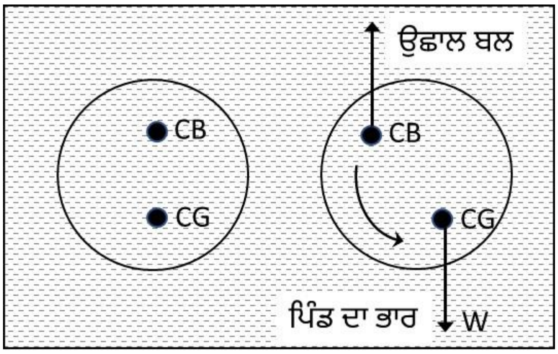
3.7 ਤਰਦੇ ਅਤੇ ਡੁੱਬੇ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀ ਸਥਿਰਤਾ

ਸਾਡੇ ਹੁਣ ਤੱਕ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਤੋਂ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਸਥੈਤਿਕ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਤਰਦਾ ਪਿੰਡ ਸੰਤੁਲਿਤ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਤਾਂ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ, (1) ਉਛਾਲ ਬਲ ਪਿੰਡ ਦੇ ਭਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ, (2) ਦੋਵੇ ਉਛਾਲਵਤਾ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਗੁਰੂਤਵ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕੋ ਊਰਧਵ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸਥਾਪਤ ਹੋਣ।

ਊਰਧਵ ਵਿਸਥਾਪਨ (ਲੰਬਰੇਖੀ ਵਿਸਥਾਪਨ) ਦੇ ਪ੍ਰਸੰਗ ਵਿੱਚ, ਜੇ ਕੋਈ ਪਿੰਡ ਅਜਿਹੇ ਸਥਿਰ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਕੋਈ ਉੱਪਰ ਵਲ ਜਾਂ ਹੇਠਾਂ ਵਲ ਵਿਸਥਾਪਨ ਐਸਾ ਬਲ ਸਥਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਪਿੰਡ ਨੂੰ ਮੂਲ ਦਸ਼ਾ ਵਲ ਮੋੜਨ ਲਈ ਜਤਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਜੇਕਰ ਤਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦਾ ਗੁਰੂਤਵ ਕੇਂਦਰ, CG, ਉਛਾਲਵਤ ਕੇਂਦਰ, CB, ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਹੈ ਤਾਂ ਐਸੇ ਪਿੰਡ ਸਥਿਰ ਵਿਨਿਆਸ (ਰੂਪਰੇਖਾ) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਨਹੀ ਕਿ ਜੇ ਅਵਸਥਾ ਉਲਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਥਿਰਤਾ ਕਾਇਮ ਨਹੀ ਹੁੰਦੀ।

ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ, ਪੂਰੇ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਡੁੱਬਿਆ ਹੋਇਆ ਪਿੰਡ ਤਾਂ ਹੀ ਘੁੰਮਣਾਤਮਕ ਸਥਿਰਤਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸ ਦਾ ਗੁਰੂਤਵ ਕੇਂਦਰ, ਉਛਾਲਵਤਾ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਹੋਵੇ, ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 4** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 4: ਡੁੱਬੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਘੁੰਮਣਾਤਮਕ ਸਥਿਰਤਾ

4 ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀ

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਣਾਂ ਜਾਂ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀ ਦਾ ਸੰਬੰਧ ਉਨ੍ਹਾਂ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਨਾਲ ਹੈ ਜੋ ਵਿਸਥਾਪਨ ਅਤੇ ਕਾਲ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪਾਧ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਵੇਗ (ਵਿਸਥਾਪਨ ਪ੍ਰਤੀ ਸਕਿੰਟ, m/s) ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ (ਵਿਸਥਾਪਨ ਪ੍ਰਤੀ ਸਕਿੰਟ ਪ੍ਰਤੀ ਸਕਿੰਟ, m/s^2)। ਭਾਵੇਂ ਇਹ ਗਤੀਆਂ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਕਾਰਨ ਉਤਪੰਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਪਰ ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਇਨ੍ਹਾਂ ਕਾਰਨਾਂ ਨੂੰ ਜਾਂਚਿਆ ਨਹੀ ਜਾਂਦਾ, ਭਾਵ ਇਹ ਗਤੀਆਂ ਬਲਾਂ ਤੋਂ ਵਖਰੇਵੇਂ ਵਿੱਚ ਵਾਚੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਦ੍ਰਿੜ੍ਹ ਪਿੰਡ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵੀ ਵਿਵਸਥਾ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਲਈ, 'ਦੇਸ-ਕਾਲ' ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਉਪਯੁਕਤ ਨਿਰਦੇਸ਼ਕੀ ਤੰਤਰ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ (ਅਭਿਵਿਅਕਤ) ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੰਤਰ ਦੀ ਚੋਣ ਕਾਫੀ ਹੱਦ ਤੱਕ ਸਵੈਛਿੱਕ (arbitrary) ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਿਰਫ ਵਿਵੇਚਿਤ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਸਰੂਪ 'ਤੇ ਹੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਦੇ ਵਰਣਨ ਲਈ ਦੋ ਵਿਧੀਆਂ ਵਰਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ: (1) "ਲਾਗਰਾਂਜੀਅਨ ਵਿਧੀ" (Lagrangian), ਜੋ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਉਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਤੰਤਰ ਵਿੱਚ ਵਰਣਨ ਕਰਦੀ ਜੋ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਨਾਲ ਚਲਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ (2) "ਆਇਲੀਰੀਅਨ ਵਿਧੀ" (Eulerian) ਜੋ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਵਿਧੀ ਉਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਤੰਤਰ ਵਿੱਚ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਾਪੇਖਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਦ੍ਰਵਗਤਿਕੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਆਇਲਰ ਵਿਧੀ ਆਮ ਵਰਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

4.1 ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਨ

ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਦ੍ਰਵ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਰੂਪ ਬਾਰੇ ਵਿਵਿਧ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਮਿਥੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ:

ਪਰਿਪੂਰਣ ਜਾਂ ਆਦਰਸ਼ਕ ਦ੍ਰਵ: ਜਿਹੜਾ ਦ੍ਰਵ 'ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ' ਸਹਾਰਨ ਦੇ ਅਯੋਗ (ਨਾਕਾਬਲ) ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ 'ਪਰਿਪੂਰਣ ਦ੍ਰਵ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਐਸਾ ਦ੍ਰਵ ਅਸ਼ਯਾਨ ($\mu = 0$), ਅਘੁੰਮਣ ਅਤੇ ਸਥਿਰ ਘਣਤਾ ਵਾਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਵਾਸਤਵਿਕ ਦ੍ਰਵ: ਵਾਸਤਵਿਕ ਜਾਂ ਅਸਲੀ ਦ੍ਰਵ ਉਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ($\mu \neq 0$) ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਸਿਰਫ ਵਾਸਤਵਿਕ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ, ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਕਰਕੇ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਨਾਲ ਲਗਵਾਂ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਵਿਕਸਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਪਿੰਡ ਉੱਪਰ ਐਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵਹਾਉ ਹੋਵੇ।

ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ: ਜਿਸ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ (ਨਾ ਬਦਲੇ) ਰਹੇ ਉਸ ਨੂੰ 'ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਘਣਤਾ ਦਾ ਕਾਲ ਅਵਕਲਜ (ਜਾਂ ਕਾਲ ਅਵਕਲ) ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ, $\partial\rho/\partial t = 0$)।

ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ: ਜੇਕਰ ਗਤੀ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਕਾਲ ਦਾ ਫਲਨ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਵਹਾਉ ਨੂੰ ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਘਣਤਾ ਦਾ ਕਾਲ ਅਵਕਲਜ ਅਣ-ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ $\partial\rho/\partial t \neq 0$)।

ਜਦੋਂ ਵਾਸਤਵਿਕ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋ ਮੂਲ ਬਲ ਇਸ ਦੇ ਵਹਾਉ ਦੇ ਸਰੂਪ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ: (1) ਜੜ੍ਹਤਵੀ ਬਲ, ਜੋ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਉਤਪੰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਅਤੇ (2) ਸ਼ਯਾਨ ਬਲ, ਜੋ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਜੜ੍ਹਤਵੀ ਅਤੇ ਸ਼ਯਾਨ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਰੇਨੌਲਡਜ਼ ਸੰਖਿਆ (Reynolds), **ਰੇਸੰਖਿਆ**, ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਵੇਂ ਹੈ,

$$Re = \frac{V\,d}{\upsilon} \tag{33}$$

ਜਿੱਥੇ,

V = ਦ੍ਰਵ ਵੇਗ (m/s),
d = ਕੋਈ ਲੱਛਣਿਕ ਲੰਬਾਈ (m),
ν = ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (m^2s^{-1})

ਉਸ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਲਈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ 'ਰੇਸੰਖਿਆ' ਇੰਨੀ ਥੋੜ੍ਹੀ ਹੈ ਕਿ ਵਹਾਉ ਇੰਨਾ ਧੀਮਾ ਹੈ ਤਾਂ ਐਸੇ ਵਹਾਉ ਨੂੰ "ਤੈਹਦਾਰ" (ਪੱਤਰੀਦਾਰ, ਪਟਲੀ) ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਜਿਵੇਂ ਵਹਾਉ ਦਾ ਵੇਗ ਵਧਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ ਜੜ੍ਹਤਵੀ ਬਲ ਵਧਦੇ ਹਨ) ਵਹਾਉ ਦੀਆਂ ਤੈਹਾਂ ਟੁੱਟਣੀਆਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ "ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ" (ਭਾਵ ਹਲ ਚਲੀ, ਕਲਹਕਾਰ) ਵਹਾਉ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਰੇਸੰਖਿਆ ਦੀ ਨਿਰਣਾਇਕ ਮਾਤਰਾ ਪਹੁੰਚਣ 'ਤੇ, ਦ੍ਰਵ ਪ੍ਰਵਾਹ ਪੂਰਾ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਤਿੱਖੀ ਧਾਰ ਵਾਲੀ ਨਲੀ (ਪਾਈਪ) ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਲਈ ਨਿਰਣਾਇਕ ਰੇਸੰਖਿਆ 2700 ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਪਹੁੰਚਣ 'ਤੇ ਨਲੀ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਵਾਹ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4.1.1 ਟਿਕਵਾਂ ਅਤੇ ਅਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ

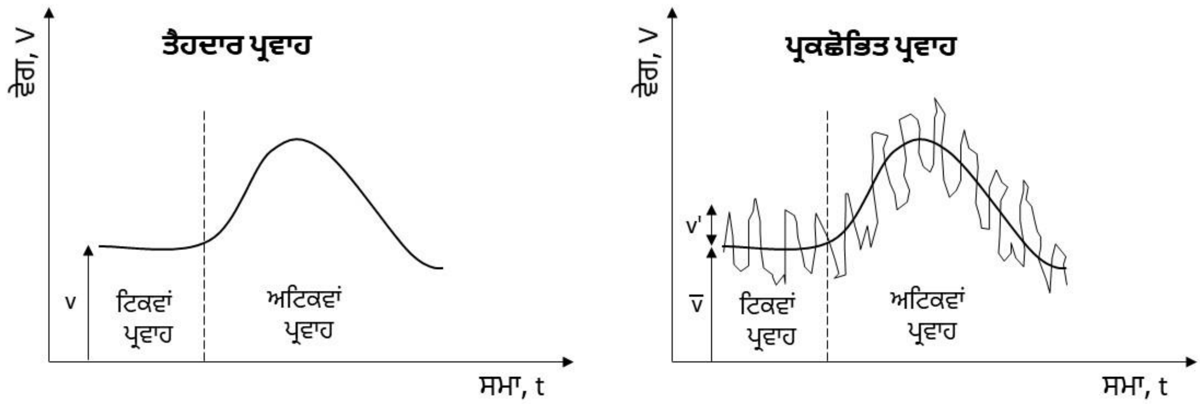
ਉਹ ਪ੍ਰਵਾਹ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਗੁਣ ਸਮੇ (ਕਾਲ) ਨਾਲ ਨਹੀ ਬਦਲਦੇ ਉਸ ਨੂੰ ਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ $\partial V/\partial t = 0$, $\partial \rho/\partial t = 0$)। ਦੂਜੇ ਬੰਨੇ, ਉਹ ਪ੍ਰਵਾਹ ਸ਼ਾਸਨ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਐਸੇ ਗੁਣ ਕਾਲ (ਸਮੇ) ਅਤੇ ਦੇਸ (ਸਥਾਨ) ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹੋਣ ਉਸ ਨੂੰ ਅਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਜਿਵੇ $\partial V/\partial t \neq 0$)। ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ, ਦੋਨੋ ਟਿਕਵਾਂ ਅਤੇ ਅਟਿਕਵਾਂ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 5** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੋ ਅੰਸ਼ਾਂ ਨਾਲ ਸੰਕਲਿਤ ਕੀਤਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਮੱਧਮਾਨ ਅੰਸ਼ (ਔਸਤਨ) ਅਤੇ ਉਛਲਵਾਂ (ਚਲ ਜਾਂ ਘਟਦਾ ਵਧਦਾ, ਚੰਚਲ) ਅੰਸ਼,

$$u = \bar{u} + u' \tag{34}$$

$$v = \bar{v} + v' \tag{35}$$

ਜਿੱਥੇ $\bar{u}$ ਅਤੇ $\bar{v}$ ਕਰਮਵਾਰ ਔਸਤ ਮਾਨ ਹਨ (u ਅਤੇ v ਵੇਗ ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੇ), ਜਦ ਕਿ u' ਅਤੇ v' ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਉਛਲਵੇਂ ਮਾਨ ਹਨ। ਉਛਲਵੇਂ u' ਅਤੇ v' ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕਾਲ ਅਧਾਰਤ ਔਸਤ ਸਿਫਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 5: ਟਿਕਵਾਂ ਅਤੇ ਅਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ

4.2 ਵਹਾਉ ਦੇ ਸੰਕਲਪ

ਦ੍ਰਵੀ ਵਹਾਉ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਨ ਲਈ ਵਿਵਿਧ ਵਹਾਉ ਸੰਕਲਪ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਝ ਇੱਕ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ,

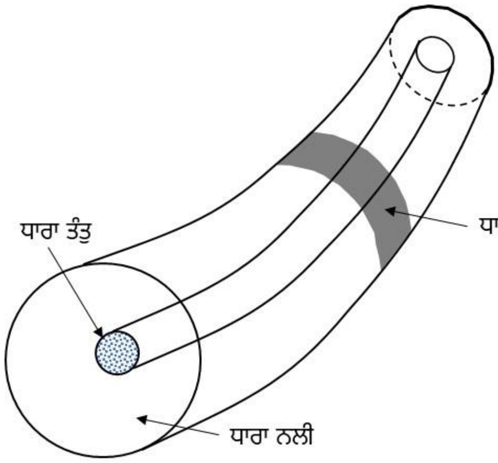
ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ: ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ' ਉਹ ਕਾਲਪਨਿਕ ਵਕਰ-ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਉੱਪਰ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ੀ ਰੇਖਾ, ਵਹਾਉ ਦੇ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਸਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਭਿਲੰਬ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਹਾਉ ਨਹੀ ਹੁੰਦਾ। ਟਿਕਵੇਂ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਭ ਕਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਪਥ ਰੇਖਾ (ਪਗਡੰਡੀ): ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦ੍ਰਵ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਤੈਹ ਕੀਤਾ ਪਥ (ਜਾਂ ਪ੍ਰਪਥ, trajectory) ਉਸ ਕਣ ਦੀ ਪਥ ਰੇਖਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਵਰਣ ਰੇਖਾ: ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਸਮੇ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਭ ਦ੍ਰਵ ਕਣਾਂ ਦਾ ਬਿੰਦੂਪਥ ਜੋ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਖਾਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਗੁਜ਼ਰੇ ਉਸ ਪਥ ਨੂੰ 'ਵਰਣ ਰੇਖਾ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਾਯੂ ਮੰਡਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਚਿਮਨੀ ਵਿੱਚੋਂ ਧੂੰਏਂ ਦੀ ਲੀਹ ਵਰਣ ਰੇਖਾ ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ।

ਟਿਕਵੇਂ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ, ਪਥ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਵਰਣ ਰੇਖਾ ਸਮਰੂਪੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਧਾਰਾ ਤੰਤੁ: ਸਮੀਪੀ (ਨਾਲ ਲਗਦੇ) ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੁੱਟ ਦੇ ਅਤਿ-ਅਲਪ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ (ਅਨੁਪ੍ਰਸਥ, cross section) ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਲਾਂਘੇ ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਤੰਤੁ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 'ਧਾਰਾ ਤੰਤੁਆਂ' ਦੇ ਜੁੱਟ ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਨਲੀ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਾਰਾ ਨਲੀ ਦਾ ਅਨੁਪ੍ਰਸਥ ਸੀਮਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਸਤਹ ਜਿਸ ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਕੋਈ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨਹੀ ਹੁੰਦਾ ਉਸ ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਸਤਹ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਮੂਲ ਸੰਕਲਪ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 6** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 6: ਧਾਰਾ ਤੰਤੁ, ਧਾਰਾ ਨਲੀ ਅਤੇ ਧਾਰਾ ਸਤਹ

4.3 ਸੰਤਤਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ

ਕਿਸੇ 'ਧਾਰਾ-ਨਲੀ' (ਅਰਥਾਤ ਧਾਰਾ ਸਤਹ ਥਾਣੀਂ ਸਿਫਰ ਵਹਾਉ) ਥਾਣੀਂ ਵਹਾਉ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 7** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਵਹਾਉ ਟਿਕਵਾਂ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਉਂਕਿ ਨਲੀ-ਸਤਹ ਥਾਂਣੀ ਵਹਾਅ ਨਹੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ, ਨਲੀ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ A_1 ਵਿੱਚ ਦੀ ਵਗਦਾ ਦ੍ਰਵਮਾਨ, ਖੇਤਰਫਲ A_2 ਵਿੱਚ ਦੀ ਵਗਦੇ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ ਅੰਤਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਅਤੇ ਬਾਹਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ, ਅਰਥਾਤ

$$\rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2 \qquad (36)$$

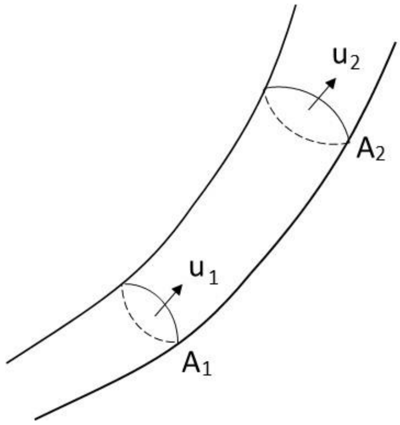
ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਵਹਾਉ ਲਈ, $\rho_1 = \rho_2$, ਉਪਰਲਾ ਸਮੀਕਰਣ ਸਰਲ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \qquad (37)$$

ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ 'ਸੰਤਤਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਸਾਮਾਨਜ ਸਰੂਪ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਆਂਸ਼ਿਕ ਅਵਕਲਾਂ ਰਾਹੀਂ, ਵੀ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (38)$$

ਜਿੱਥੇ, ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਵਹਾਉ (ρ = ਸਥਿਰਅੰਕ) ਲਈ, u, v ਅਤੇ w ਵੇਗ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ x, y ਅਤੇ z ਹਨ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 7: ਧਾਰਾ ਨਲੀ ਥਾਣੀਂ ਵਹਾਉ

4.4 ਧਾਰਾ ਫਲਨ (ψ)

ਕਿਸੇ ਦੋ-ਵਿਮੀ (2-D), ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਵਹਾਉ ਲਈ 'ਸੰਤਤਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ' ਸਰਲ ਕਰਕੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{39}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਇਹ ਮਤਲਬ ਹੋਇਆ ਕਿ ਇੱਕ ਇਹੋ ਜਿਹਾ ਫਲਨ,ψ , ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ,

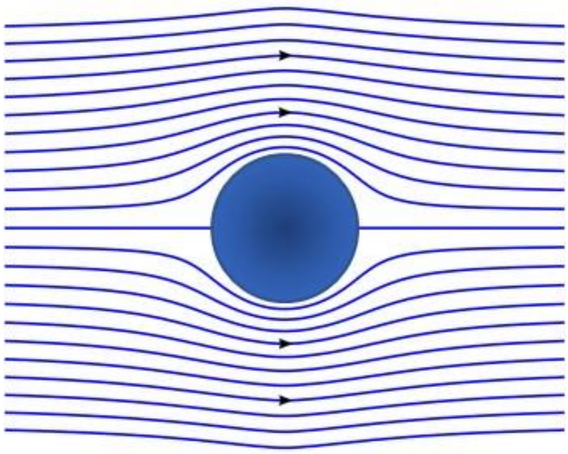
$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \qquad \text{ਅਤੇ} \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{40}$$

ਇੱਥੇ ਫਲਨ, ψ, ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਫਲਨ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸੰਤਤਾ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬੱਧ ਹੈ। ਧਾਰਾ ਫਲਨ ਦਾ ਇਹ ਫਾਇਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਨਾਲ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਾਹਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾ ਲਈ ਧਾਰਾ-ਫਲਨ, ψ, ਸਥਿਰਅੰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 8** ਵਿੱਚ ਗੋਲਾਕਾਰ ਵੇਲਣ ਦੁਆਲੇ ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਵਹਾਉ ਲਈ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ

ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਤੰਤਰ ਵਿੱਚ ਉੱਪਰਲੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \qquad v_\theta = -\frac{d\psi}{dr} \tag{41}$$

ਜਿੱਥੇ, v_r ਅਤੇ v_θ ਵੇਗ ਅੰਸ਼ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਦਿਸ਼ਾ r ਅਤੇ θ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 8: ਗੋਲਾਕਾਰ ਵੇਲਣ ਦੁਆਲੇ ਵਹਾਉ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾ

4.5 ਉਦਗਮ, ਅਭਿਗਮ ਅਤੇ ਦ੍ਵੈਗਮ

ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜਿੱਥੋਂ ਦ੍ਰਵ ਨਿਕਲ ਕੇ ਕਿਰਨਮਈ (ਤ੍ਰਿਜਈ) ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰ ਵਲ ਇਕਸਾਰ ਫੈਲੇ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ 'ਉਦਗਮ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਉਦਗਮ, ਵਹਿਣ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਸ੍ਰੋਤ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚੋਂ ਦ੍ਰਵ ਫੁਆਰੇ ਵਾਂਗ ਬਾਹਰ ਨੂੰ ਫੈਲਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਬੰਨੇ, 'ਅਭਿਗਮ' ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਵਹਾਉ ਇਸ ਦੇ ਅੰਦਰ ਵਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ; ਇੱਕ ਕਿਸਮ ਦਾ ਹੌਜ ਜਾਂ ਕੁੰਡ।

ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਆਇਤਨ ਵਹਾਉ ਦਰ (ਪ੍ਰਤੀ ਇੱਕ ਸਮਾ) ਜੋ ਸ੍ਰੋਤ ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਲਦੀ ਜਾਂ ਕੁੰਡ ਵਿੱਚ ਪੈਂਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਮਰਥਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਉਦਗਮ-ਅਭਿਗਮ ਜੋੜੀ ਵਿਚਾਲੇ ਫਾਸਲਾ, ∂x, ਹੋਵੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿ $\partial x \rightarrow 0$, ਤਾਂ ਇਸ ਸੰਯੋਗ (ਜਾਂ ਤਰਤੀਬ) ਨੂੰ 'ਦ੍ਵੈਗਮ' (ਜਾਂ ਵਿਜਾਤੀ 'ਜੌੜੇ') ਜਾਂ 'ਦੋ-ਧਰੁਵੀ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4.5.1 ਦੋ-ਵਿਮੀ ਉਦਗਮ 'ਧਾਰਾ ਫਲਨ'

ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਉਦਗਮ ਤੋਂ ਵਹਾਉ ਕਿਰਨਮਈ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰ ਨੂੰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ 'ਨਿਕਾਸ ਪ੍ਰਤੀ ਏਕ ਕਾਲ' ਉਦਗਮ ਦੀ ਸਮਰਥਾ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਦੇਖੇ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 9**)।

ਜੇਕਰ ਵਹਾਉ ਟਿਕਵਾਂ ਅਤੇ ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਦੀ ਸਮਰਥਾ, m, ਪ੍ਰਤੀ ਏਕ ਬੇਲਣ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ,

$$m = 2\pi r\, v_r \tag{42}$$

ਜਿੱਥੇ, v_r ਵੇਗ ਦਾ ਕਿਰਨਮਈ ਜਾਂ ਤ੍ਰਿਜਈ ਅੰਸ਼ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਵਹਾਉ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਰਨਮਈ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਕੋਣਿਕ ਵੇਗ, $v_\theta = 0$, ਤਾਂ ਕਿਰਨਮਈ ਵੇਗ ਅੰਸ਼, v_r ਵੇਲਣਾਕਾਰ 'ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਤੰਤਰ' ਵਿੱਚ, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

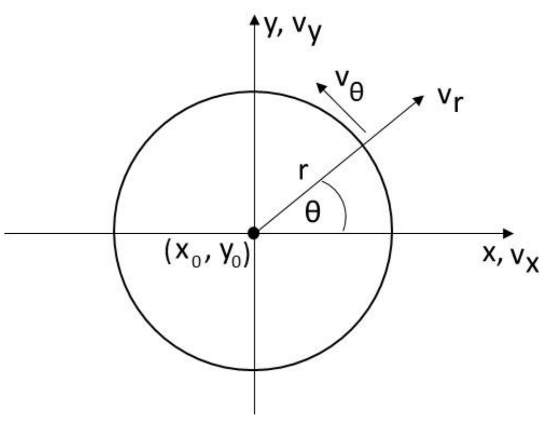
$$v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = \frac{1}{r}\frac{d\psi}{d\theta} \tag{43}$$

ਫਲਨ, ψ, ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਫਲਨ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ 'ਸੰਤਤਾ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ' ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ।

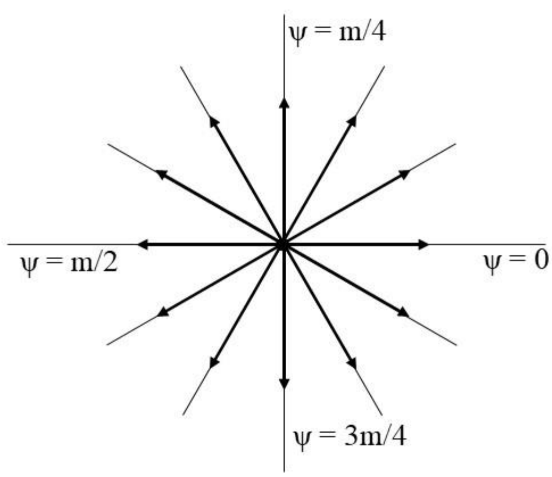
ਉੱਪਰਲੇ ਦੋਨਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਅਤੇ ψ ਦਾ θ ਦੇ ਪ੍ਰਸੰਗ ਸਮਾਕਲਨ ਕਰਕੇ, ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸੰਬੰਧ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\psi = \frac{m}{2\pi}\,\theta \tag{44}$$

ਇਹ ਸਮੀਕਰਣ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਉਦਗਮ ਲਈ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ ਕਿਰਨਮਈ (ਤ੍ਰਿਜਈ) ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 10** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

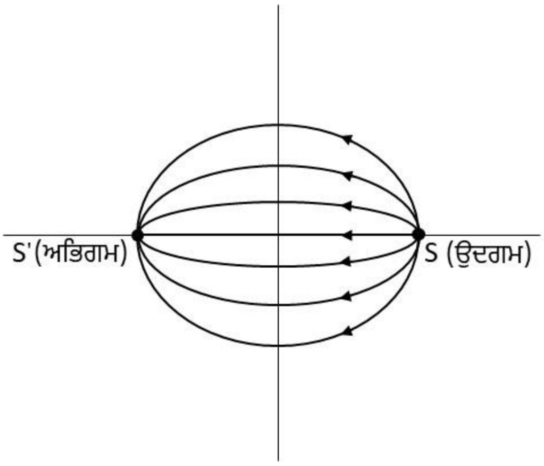


ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 9: ਇੱਕ-ਦੋ-ਵਿਮੀ ਉਦਗਮ

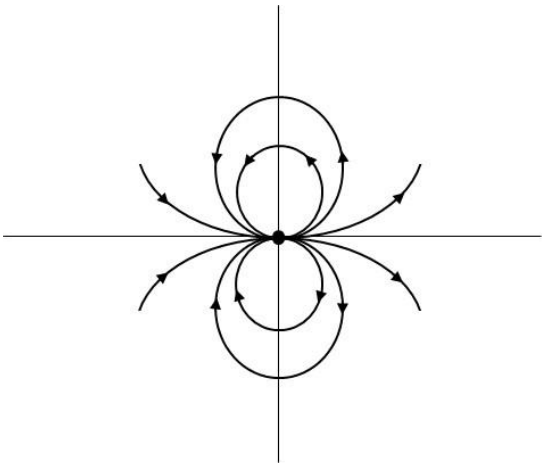


ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 10: ਦੋ-ਵਿਮੀ ਉਦਗਮ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੋ-ਵਿਮੀ ਉਦਗਮ-ਅਭਿਗਮ ਜੌੜੇ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾ ਅਤੇ ਦੋ-ਵਿਮੀ ਦ੍ਵੈਗਮ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ ਵੀ ਉਲੀਕੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 11** ਅਤੇ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 12** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 11: ਉਦਗਮ-ਅਭਿਗਮ ਜੌੜੇ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 12: ਦ੍ਵੈਗਮ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ

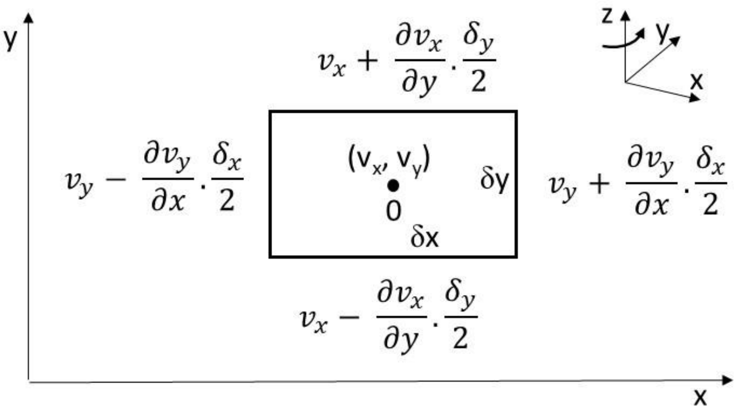
5 ਦ੍ਰਵ ਘੂਰਣਨ

ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਿੜ੍ਹ ਵਸਤੂ ਦਾ ਹਰ ਕਣ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੁਆਲੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਗੇੜੇ ਲਗਾਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਵਸਤੂ ਘੁੰਮ ਰਹੀ ਕਹੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਹਰ ਕਣ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਣ ਲਈ ਆਜ਼ਾਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਦ੍ਰਵ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀ ਕਿ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੁਆਲੇ ਨਿਪੁੰਨ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਹੀ ਘੁੰਮੇ। ਇਸ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮਸਰੂਪ, ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ ਦਾ ਘੁੰਮਣਾ ਉਸ ਤੱਤ ਦੇ ਔਸਤ "ਕੋਣਿਕ ਵੇਗ" ਰਾਹੀਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

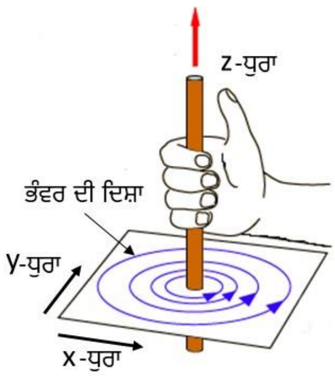
ਆਪਾਂ ਇੱਕ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ ਨੂੰ ਪਰਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 13** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤੱਤ ਦੇ ਔਸਤ ਕੋਣਿਕ ਵੇਗ, ω, ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$2\omega_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \tag{45}$$

ਜਿੱਥੇ $2\omega_z$ ਨੂੰ ਭੰਵਰਤਾ, ζ_z, ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਪਾਦ-ਅੱਖਰ, z, ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਤੱਤ ਦਾ ਘੂਰਣਨ ਧੁਰਾ, z, ਹੈ ਜੋ x-y ਸਤਹ ਦੇ ਉੱਪਰ ਵਲ ਲੰਬਕ ਦਿਸ਼ਾ (ਊਰਧਵ ਦਿਸ਼ਾ) ਵਿੱਚ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 13: ਇੱਕ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 14: ਸੱਜਾ ਹੱਥ ਪੇਚ ਨਿਯਮ

ਆਮ ਪ੍ਰਥਾ (ਰੂੜ੍ਹ) ਅਨੁਸਾਰ ਭੰਵਰਤਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ 'ਸੱਜਾ ਹੱਥ ਪੇਚ ਨਿਯਮ' ਅਨੁਸਾਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 14** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ, ζ_z, ਉੱਪਰ ਵਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਜੋ x-y ਸਮਤਲ ਦੇ ਲੰਬਕ ਹੈ, ਵਿੱਚ ਧਨਾਤਮਕ (+ਮਕ) ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਭੰਵਰਤਾ ਦੇ ਦੂਜੇ ਅੰਸ਼ ਵੀ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ,

$$\zeta_y = \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \tag{46}$$

$$\zeta_x = \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \tag{47}$$

'ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਤੰਤਰ' (r, θ) ਵਿੱਚ ਭੰਵਰਤਾ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ,

$$\zeta_z = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r v_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right] \tag{48}$$

$$\zeta_\theta = \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right] \tag{49}$$

$$\zeta_r = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial v_z}{\partial \theta}\right] - \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \tag{50}$$

ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਕੁੱਲ ਭੰਵਰਤਾ ਤਿੰਨਾਂ ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਕ ਤੌਰ 'ਤੇ (vectorially, ਭਾਵ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਮੁੱਖ ਰੱਖ ਕੇ) ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਨ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

5.1 ਅਘੂਰਣ ਦ੍ਰਵਗਤੀ

ਜੇਕਰ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਭੰਵਰਤਾ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵਗਤੀ ਨੂੰ ਅਘੂਰਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਇਕਸਾਰ ਸਮਾਨੰਤਰ ਵਹਾਉ ਜਿਸ ਵਿੱਚ 'ਵੇਗ ਪ੍ਰਵਣਤਾ' (ਜਾਂ ਵੇਗ ਢਾਲ) ਨਾ ਹੋਵੇ ਉਹ ਅਘੂਰਣ ਵਹਾਉ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਧਾਰਾ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅਘੂਰਣਤਾ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ,

$$v_r = 0 \tag{51}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \tag{52}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਲਾਪਲਾਸ (Laplace) ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

5.2 ਨਿਰਬਾਧ (ਜਾਂ ਮੁਕਤ) ਭੰਵਰ

ਐਸਾ ਵਹਾਉ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਭੰਵਰਤਾ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਸਪਰਸ਼ਰੇਖੀ ਵੇਗ (v_θ) ਤ੍ਰਿਜਾ ਦੂਰੀ (radial ਦੂਰੀ) ਨਾਲ ਪ੍ਰਤਿਲੋਮਿਤ ਬਦਲਦਾ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ,

$$v_r = 0, \; \zeta_z = 0 \tag{53}$$

ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਣ (48) ਬਣਦਾ ਹੈ,

$$0 = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r v_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right] \tag{54}$$

ਕਿਉਂਕਿ ਭੰਵਰ ਅਕਸ਼ੀ-ਸਮਮਾਪੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਸਾਰੇ θ ਪ੍ਰਸੰਗੀ ਅਵਕਲਜ (ਅਵਕਲ) ਸਿਫਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ, ਇੰਵ

$$\frac{\partial}{\partial r}(r v_\theta) = \frac{\partial v_r}{\partial \theta} = 0 \tag{55}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਬਤ ਹੋਇਆ ਕਿ rv_θ ਇੱਕ ਸਥਿਰਅੰਕ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ, v_θ, ਤ੍ਰਿਜਾ ਦੂਰੀ, r, ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਲੋਮਿਤ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੈ, ਇੰਵ

$$v_\theta \propto \frac{1}{r} \quad \text{ਅਰਥਾਤ,} \quad r v_\theta = \text{ਸਥਿਰਅੰਕ} \tag{56}$$

ਪਰ 'ਧਾਰਾ ਫਲਨ' ਸਮੀਕਰਣ (41) ਤੋਂ ਅਸੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ,

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \tag{57}$$

ਸਮੀਕਰਣ (56) ਅਤੇ (57) ਦੇ ਸੰਯੋਗ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\psi = k \ln r \tag{58}$$

ਜਿੱਥੇ, k, ਇੱਕ ਸਥਿਰਅੰਕ ਹੈ।

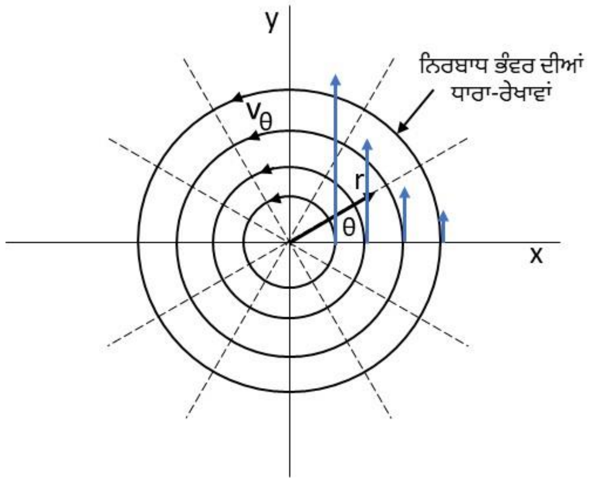
ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਦੀਆਂ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਲੇ ਸੰਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਸ਼ਕਲ ਦੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 15** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਲਈ,

- ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਘੂਰਣ (torque) ਜਾਂ ਊਰਜਾ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀ ਪੈਂਦੀ,
- ਸਮਗਰ (ਸਮੁੱਚਾ) ਊਰਜਾ ਪ੍ਰਵਾਹ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ,
- ਯੰਤ੍ਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦਾ ਵਿਸਰਨ (ਖਿਲਾਰ, ਵਿਕੀਰਨ) ਨਹੀ ਹੁੰਦਾ,
- 'ਸੰਵੇਗ ਸੰਰੱਕਛਣ' ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਹੀ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਘੁੱਮਣਾ ਜਾਰੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ,
- ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਦਾ ਵਹਾਉ 'ਅਘੂਰਣ' ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਅਘੂਰਣ ਭੰਵਰ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,
- ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਲਈ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਦੀਆਂ ਕੁਦਰਤੀ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ:

- ਨਦੀ ਵਿੱਚ ਕੁਦਰਤੀ ਘੁੱਮਣਘੇਰੀ ਜਾਂ ਭੰਵਰ,
- ਰਸੋਈ ਨਿਮਜ (ਸਿੰਕ) ਜਾਂ ਇਸ਼ਨਾਨ ਕੁੰਡ ਵਿੱਚੋਂ ਵਹਾਉ,
- ਅਪਕੇਂਦਰੀ ਪੰਪ ਦੇ ਖੋਲ ਵਿੱਚ ਵਹਾਉ,
- ਪਾਈਪ ਦੇ ਗੋਲਾਕਾਰ ਮੋੜ ਦੁਆਲੇ ਵਹਾਉ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 15: ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ

5.3 ਵੇਗ ਵਿਭਵ (ϕ)

ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਅਘੂਰਣ (ਨਾ ਘੁੰਮਣ ਵਾਲਾ) ਵਹਾਉ ਲਈ, ਭੰਵਰਤਾ ਦੇ ਤਿੰਨੇ ਅੰਸ਼ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਅਰਥਾਤ

$$\zeta_x = \zeta_y = \zeta_z = 0 \tag{59}$$

ਹੁਣ ਸਮੀਰਕਨ (45), (46), (47) ਅਤੇ (59) ਤੋਂ ਸਾਫ ਜ਼ਾਹਰ ਹੈ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੇ ਅਨੁਕੂਲ ਇੱਕ ਫਲਨ ϕ(x, y, z) ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ,

$$v_x = \frac{\partial\phi}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial\phi}{\partial y}, \qquad v_z = \frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{60}$$

ਭਾਵ, ϕ(x, y, z), ਉਹ ਫਲਨ ਹੈ ਜੋ ਵੇਗ ਨੂੰ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮਰਥਾ (ਖਮਤਾ) ਰੱਖਦਾ ਹੈ। 'ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕ ਤੰਤਰ' ਵਿੱਚ ਦੋ-ਵਿਮੀ ਵਹਾਉ ਲਈ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$v_r = \frac{\partial\phi}{\partial r}, \quad v_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}, \tag{61}$$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਮੁੜ ਤਰਤੀਬ ਦੇਣ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = 0 \tag{62}$$

ਇਹ ਸਮੀਕਰਣ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵਹਾਉ ਦਾ ਵੇਗ-ਵਿਭਵ, ϕ, ਲਾਪਲਾਸ (Laplace) ਦੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਮੰਨਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਇੱਥੇ ਇਹ ਗਹੁ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ 'ਵੇਗ ਵਿਭਵ' ਰਾਹੀਂ ਤਾਂ ਹੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਵਹਾਉ ਅਘੂਰਣ, ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਅਤੇ ਟਿਕਵਾਂ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸ਼ੁੱਧ ਭੰਵਰ ਲਈ,

$$v_r = 0 \tag{63}$$

ਅਤੇ,

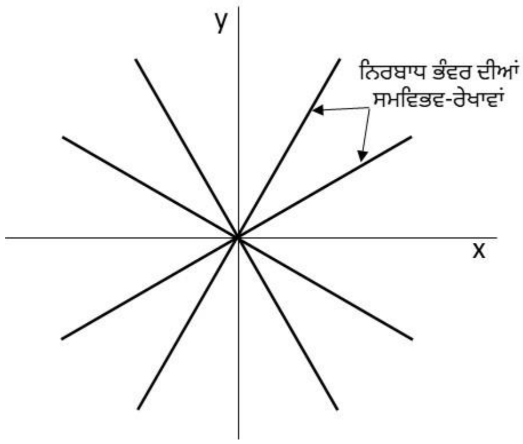
$$v_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} \tag{64}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਗਣਿਤਿਕ ਸਮਾਕਲਨ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\phi = k\theta \tag{65}$$

ਜਿੱਥੇ k ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ।

ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਤੋਂ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਸਥਿਰ ϕ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ 'ਸਮਵਿਭਵ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਸਥਿਰ ψ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 'ਸਮਵਿਭਵ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਅਤੇ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਆਪਸ ਵਿੱਚੀ ਲੰਬਕ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਹਾਉ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 'ਸਮਵਿਭਵ ਰੇਖਾਵਾਂ' ਦੇ ਲੰਬ ਕੋਣਿਕ (ਸਮਕੋਣਿਕ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਭੰਵਰ ਲਈ ਸਮਵਿਭਵ ਰੇਖਾਵਾਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 16** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨਾਲ, **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 15**।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 16: ਨਿਰਬਾਧ ਭੰਵਰ ਦੀਆਂ ਸਮਵਿਭਵ-ਰੇਖਾਵਾਂ

5.4 ਪਰਿਸੰਚਰਣ (Γ)

ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਖੇਤਰ ਵਿਚਲੀ ਸੰਵ੍ਰਿਤ ਪਰਿਰੇਖਾ (ਬੰਦ ਜਾਂ ਕੁੰਡਲ ਪਰਿਰੇਖਾ) ਜਾਂ ਘਿਰੀ ਪਰਿਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਹਰ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਅਵਯਵੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ, ਉਸ ਘਿਰੀ ਪਰਿਰੇਖਾ ਦੁਆਲੇ, ਪਰਿਸੰਚਰਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 17**)

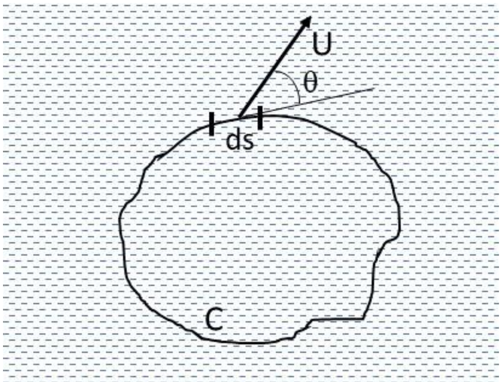
ਕਿਸੇ ਘਿਰੇ (ਬੰਦ) ਪਰਿਪਥ, C, ਲਈ ਪਰਿਸੰਚਰਣ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\Gamma = \oint_C U \cos\theta \; ds \tag{66}$$

ਕਿਸੇ ਦੂਵੀ ਅਵਯਵ (∂x, ∂y) ਲਈ ਇਹ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਗਲ ਪਰਿਸੰਚਰਣ ਇਵੇਂ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\Gamma = \iint \zeta_z \; dx \, dy \tag{67}$$

ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਸਟੋਕ (Stoke) ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਕਰਕੇ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 17: ਘਿਰੇ ਪਰਿਪਥ, C, ਦੁਆਲੇ ਪਰਿਸੰਚਰਣ

6 ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਗਤਿਕੀ

ਦ੍ਰਵਾਂ ਦਾ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀ ਅਧਿਐਨ ਸਿਰਫ ਦ੍ਰਵ ਵਹਾਉ ਦੇ ਸਧਾਰਨ ਲੱਛਣਾਂ ਨਾਲ ਹੀ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਵਾਸਤਵਿਕ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਵਸਤੂਆਂ ਨਾਲ ਪਰਸਪਰ ਪ੍ਰਭਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਗਿਆਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦਾ ਜਤਨ ਨਹੀ ਕਰਦਾ। ਵਿਹਾਰਕ ਵਹਾਉ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਗਤੀ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਕਾਰਕ ਬਲਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧਾ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਐਸਾ ਅਧਿਐਨ ਗਤਿਕੀ ਦੇ ਸਿਰਲੇਖ ਥੱਲੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਲੱਛਣ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਸਥਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

6.1 ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ (Bernoulli)

ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਵਿੱਚ 'ਦਬਾ' (ਬਲ ਪ੍ਰਤੀਏਕ ਖੇਤਰਫਲ) ਅਤੇ ਵੇਗ (ਦੂਰੀ ਪ੍ਰਤੀਏਕ ਸਮਾ) ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਰਾਹੀ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

$$p + \frac{1}{2}\rho\, v^2 + \rho g h = \text{ਸਥਿਰਅੰਕ} \qquad (68)$$

ਜਿੱਥੇ,

p = ਸਥੈਤਿਕ ਦਾਬ, ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਥੰਮ੍ਹ ਦੇ ਭਾਰ ਦਾ ਦਬਾ (ਸਥਿਰ ਦਬਾ)

$1/2(\rho v^2)$ = ਗਤਿਕ ਦਾਬ ਜਾਂ ਗਤਿਕ ਦਾਬੋਚਤਾ (ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਗਤੀ ਕਾਰਨ ਦਬਾ)

ρgh = ਉਚਾਈ ਦਾਬ ਜਾਂ ਸਥੈਤਿਕ ਦਾਬੋਚਤਾ (ਉਚਾਈ ਕਰਕੇ ਗੁਰੂਤਾ ਦਾ ਦਬਾ)

'ਸਥਿਰਅੰਕ' ਨੂੰ ਆਮ ਕਰਕੇ "ਬਰਨੂਲੀ ਸਥਿਰਅੰਕ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕਈ ਉਪਯੋਗਾਂ ਵਿੱਚ ਉਚਾਈ ਦਾਬ ਕਾਫੀ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਸਰਲ ਰੂਪ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$p + \frac{1}{2}\rho\, v^2 = \text{ਸਥਿਰਅੰਕ} \qquad (69)$$

ਇਹ ਯਾਦ ਰਹੇ ਕਿ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਸਿਰਫ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ' ਨੂੰ ਹੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਸਾਨੂੰ ਦਿਖਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ ਵਧਣ ਨਾਲ ਸਥਿਰ ਦਬਾ, p, ਘਟਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਵਿਹਾਰਕ ਸੰਕੇਤ ਕਾਫੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਹਨ; ਇਹ ਤੱਥ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਨੂੰ ਉਡਣਯੋਗ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਖੰਭ ਦਾ ਡਿਜ਼ਾਈਨ ਐਸਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦੀ ਉੱਪਰਲੀ ਸਤਹ 'ਤੇ ਉਚੇਰਾ ਵੇਗ ਹੋਣ ਕਾਰਨ ਸਥਿਰ ਦਬਾ ਘਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਖੰਭ ਉੱਪਰ ਨੂੰ ਉੱਠਦਾ ਹੈ (ਉੱਥਾਨ ਬਲ) ਅਤੇ ਜਹਾਜ਼ ਉਡਣ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਇੱਕ ਪਰਿਣਾਮ ਇਹ ਵੀ ਹੈ ਕਿ ਦਬਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਵੇਗ ਦਾ ਹਿਸਾਬ (ਲੇਖਾ) ਲਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵੇਗ ਮਾਪਣ ਦੀ 'ਪੀਟੋਟ ਸਥੈਤਿਕ ਨਲਿਕਾ' (ਫਰਾਂਸੀਸੀ ਇੰਜਨੀਅਰ ਹੈਨਰੀ ਪੀਟੋਟ, Henri Pitot, ਦੇ ਨਾਮ 'ਤੇ ਆਧਾਰਤ) ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ ਵੀ ਇਹੋ ਹੈ। ਇਹ ਜੰਤਰ ਵਾਯੂ-ਵਿਮਾਨ ਦੀ ਚਾਲ (ਰਫਤਾਰ) ਮਾਪਣ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

'ਪੀਟੋਟ ਸਥੈਤਿਕ ਨਲਿਕਾ' ਦੀ ਇੱਕ ਨਮੂਨੇਦਾਰ ਤਰਤੀਬ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 18** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਜਦੋ ਇਸ ਨਲੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਵਹਾਉ ਵਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਦਬਾ ਦੇ ਮਾਪ ਰਾਹੀਂ ਵਹਾਉ ਦੇ ਵੇਗ ਦੀ ਮਾਤਰਾ, ਬਰਨੂਲੀ ਸੰਬੰਧ ਦੁਆਰਾ, ਗਿਆਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਧਾਰਾ ਦਾ ਵੇਗ v ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵਹਾਉ, ਨਲੀ ਅੰਦਰ ਵੜਦੇ ਸਾਰ ਹੀ ਰੁਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਭਾਵ ਨਲੀ ਅੰਦਰ v=0) ਕਿਉਂਕਿ ਵਹਾਉ ਦੇ ਬਾਹਰ ਨਿਕਲਣ ਲਈ ਕੋਈ ਨਿਕਾਸ ਨਹੀ ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੁਕਿਆ ਵਹਾਉ ਜੋ ਦਬਾ ਪਾਉਂਦਾ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ 'ਗਤੀਰੋਧ ਦਾਬ' ਜਾਂ ਕੁੱਲ ਦਾਬ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਵੈਮਾਨਿਕ ਸ਼ਬਦਾਵਲੀ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ 'ਪੀਟੋਟ' ਦਾਬ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਅਨੁਸਾਰ,

ਗਤੀਰੋਧ ਦਾਬ = ਸਥੈਤਿਕ ਦਾਬ + ਗਤਿਜ ਦਾਬ

ਗਣਿਤਿਕ ਸਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$p_t = p_s + \frac{1}{2}\rho\, v^2 \tag{70}$$

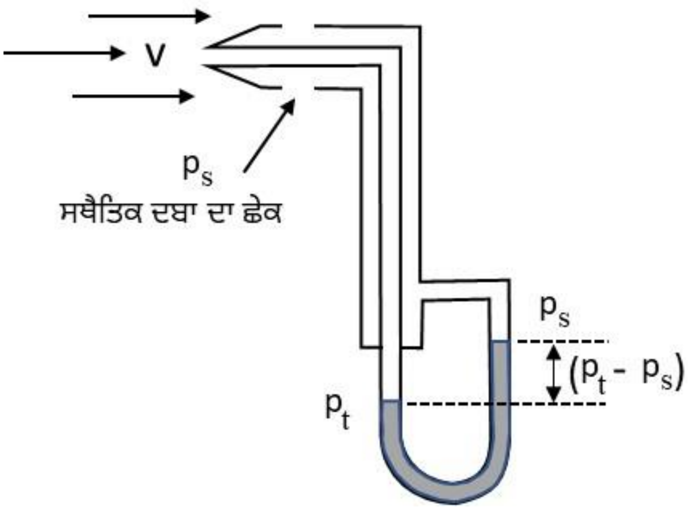
ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਮੁੜ ਤਰਤੀਬ ਦੇਣ ਨਾਲ ਵੇਗ, v, ਬਣਦਾ ਹੈ,

$$v = \sqrt{\frac{2(p_t - p_s)}{\rho}} \tag{71}$$

ਜਿੱਥੇ,

v = ਵਹਾਉ ਦਾ ਵੇਗ,
p_t = ਗਤੀਰੋਧ ਜਾਂ ਕੁੱਲ ਦਾਬ,
p_s = ਸਥੈਤਿਕ ਦਾਬ,
ρ = ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ,
$(p_t - p_s)$ = ਦਾਬਅੰਤਰ ਰਾਹੀਂ ਮਾਪਿਆ ਦਾਬ।

ਵਾਯੂ ਵਿਮਾਨ ਉੱਪਰ ਵਰਤੀ ਜਾਂਦੀ ਪੀਟੋਟ ਨਲੀ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 19** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 18: ਪੀਟੋਟ ਸਥੈਤਿਕ ਨਲਿਕਾ (ਦਾਬਅੰਤਰਮਾਪੀ)

ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 19: ਵਾਯੂ ਵਿਮਾਨ ਉੱਪਰ ਪੀਟੋਟ ਨਲੀ

ਬਰਨੂਲੀ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਪਯੋਗ, ਪਾਣੀ ਦੇ ਟੈਂਕ ਵਿੱਚੋਂ ਪਾਣੀ ਦਾ ਵਹਾਉ ਜਾਣਨ ਲਈ ਵੀ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 20** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਟੈਂਕ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ 1 ਅਤੇ 2 ‘ਤੇ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਵਰਤਣ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\, {v_1}^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\, {v_2}^2 + \rho g z_2 \tag{72}$$

ਜੇਕਰ v_2 ਨਾਲੋਂ v_1 ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ $v_1 << v_2$) ਤਾਂ

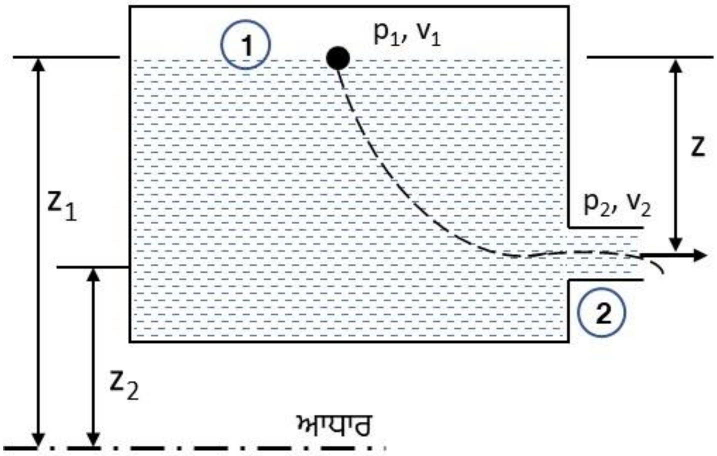
$$\frac{1}{2}\rho\, {v_2}^2 = (p_1 - p_2) + \rho g\,(z_1 - z_2) \tag{73}$$

ਪ੍ਰੰਤੂ $p_1 = p_2$ = ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਦਾਬ

ਇਸ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਣ (73) ਨੂੰ ਮੁੜ ਤਰਤੀਬ ਦੇ ਕੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$v_2 = \sqrt{2gz} \tag{74}$$

ਕਿਸੇ ਭਾਂਡੇ ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਾਸ ਦੇ ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ 'ਟੌਰੀਚੈਲੀ ਨਿਯਮ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਨਿਯਮ ਈ: ਸੰਨ 1643 ਵਿੱਚ ਇਟਲੀ ਦੇ ਵਿਗਿਆਨੀ ਈਵਾਂਜੀਲੀਸਟਾ ਟੌਰੀਚੈਲੀ (Evangelista Torricelli) ਰਾਹੀਂ ਖੋਜਿਆ ਗਿਆ ਸੀ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 20: ਪਾਣੀ ਦੇ ਟੈਂਕ ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਾਸ

ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਵੈਂਨਚੂਰੀ ਮੀਟਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਪਾਈਪ ਵਿੱਚ ਆਇਤਨ ਵਹਾਉ ਦਰ ਮਾਪਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਮੀਟਰ ਦੀ ਬਣਤਰ ਇੱਕ ਅਭਿਸਾਰੀ ਸ਼ੰਕੂ (ਏਕਕੇਂਦਰਅਭਿਮੁਖ ਸ਼ੰਕੂ) ਵਾਲੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਨਿਊਨਤਮ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਖੇਤ੍ਰਫਲ ਦੇ ਸਮਾਨੰਤਰ ਗਲਮੇ ਨੂੰ ਜਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ (ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 21**)। ਗਲਮੇ ਅਤੇ ਅਭਿਸਾਰੀ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਸਥੈਤਿਕ ਦਬਾ ਮਾਪ ਕੇ ਆਇਤਨ ਵਹਾਉ ਦਰ ਦਾ ਹਿਸਾਬ (ਪਰਿਕਲਨ) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ,

ਬਿੰਦੂ 1 ਅਤੇ 2 'ਤੇ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\, {v_1}^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\, {v_2}^2 \tag{75}$$

ਪੁੰਜ ਸੰਤਤਾ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ (ਅੰਤਰਪ੍ਰਵਾਹ = ਬਾਹਰਪ੍ਰਵਾਹ),

$$\rho\, v_1 A_1 = \rho\, v_2 A_2 \tag{76}$$

ਉੱਪਰਲੇ ਦੋਹਾਂ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਅਤੇ ਮੁੜ ਤਰਤੀਬ ਦੇ ਕੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

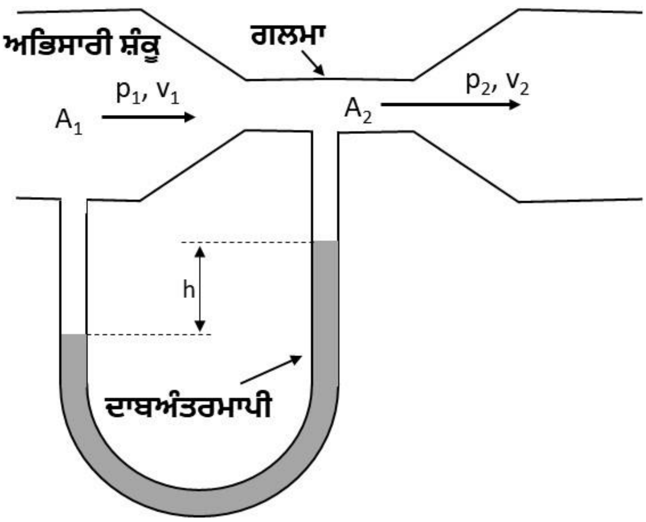
$$v_2 = \sqrt{\frac{2A_1^2(p_2 - p_1)}{\rho(A_2^2 - A_1^2)}} \tag{77}$$

ਇਸ ਲਈ ਆਇਤਨ ਵਹਾਉ ਦਰ, Q, [m^3/s] ਇਵੇਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$Q = v_2 A_2 \tag{78}$$

ਜਾਂ,

$$Q = A_2 . \sqrt{\frac{2A_1^2(p_2 - p_1)}{\rho(A_2^2 - A_1^2)}} \tag{79}$$



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 21: ਵੈਂਚੂਰੀ ਮੀਟਰ

7 ਨੇਵੀਅਰ-ਸਟੋਕਸ ਸਮੀਕਰਣ (Navier-Stokes)

ਨੇਵੀਅਰ-ਸਟੋਕਸ (**ਨੇਸ**) ਸਮੀਕਰਣ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਆਖਿਆਨ ਦੇ ਨਿਪੁੰਨ ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ। ਇਹ ਦੋਵੇਂ ‘ਤੈਹਦਾਰ’ ਅਤੇ ‘ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ’ (ਹਲਚਲੀ, ਖਲਬਲੀ) ਪ੍ਰਵਾਹ ‘ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਨਿਊਟਨ ਦੇ ਦੂਜੇ ਗਤੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪੰਨ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹ ਨਿਯਮ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਵਸਤੂ (ਪਿੰਡ) ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਜੋੜ ਉਸ ਪਿੰਡ ਦੇ ਦ੍ਰਵਮਾਨ (m) ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ (a) ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਇਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਮਿਆਦੀ ਨਿਯੰਤ੍ਰਣ ਆਇਤਨ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਗੁਣ ਪਰਿਵਰਤਨਹੀਣ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ (ਚਿਪਚਿਪਾਹਟ) ਦੇ ਮਹੱਤਵ ਦਾ ਅਸਰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਵਯਵੀ (ਤਾਤਵਿਕ) ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਤਤਕਾਲੀ (ਕਸ਼ੱਣਿਕ) ਵਿਕ੍ਰਿਤਿ ਦਰ (rate of strain) ਦ੍ਰਵ ਵਿਚਲੇ ਤਣਾਵਾਂ (ਬਲਾਂ) ਦਾ ਇੱਕ ਸਰਲ ਫਲਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਬਾਹਰੀ ਬਲਾਂ (ਜਾਂ ਤਣਾਵਾਂ) ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ (ਵਸਤੂ) ਦੇ ਰੂਪ ਜਾਂ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਬਦਲਾਅ ਨੂੰ ਵਿਕ੍ਰਿਤਿ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਸ਼ਕਲ ਦਾ ਬਿਗਾੜ। ਇਸ ਦੇ ਪ੍ਰਸੰਗ ਵਿੱਚ ਦੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਬਲ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸਮਝੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ: (1) ਪਿੰਡ (ਕਾਇਆ) ਬਲ (ਜਿਵੇਂ ਗੁਰੂਤਾ ਖਿੱਚ), ਅਤੇ (2) ਸਤਹ ਬਲ (ਜਿਵੇਂ ਦਬਾ ਅਤੇ ਘਸਰਣ (ਖਹਿ ਜਾਂ ਘਸਰ))।

‘ਨੇਸ’ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ‘ਪਰਿਵਹਿਣ’ (ਜਾਂ ਢੋਣ ਢੁਆਈ) ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਦ੍ਰਸ਼ਟੀ ਤੋਂ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ Q (ਸੰਵੇਗ ਜਾਂ ਉਸਨਤ (ਏਨਥਲਪੀ)) ਦੇ ‘ਨਿਰੋਲ’ ਪਰਿਵਹਿਣ (ਢੁਆਈ) ਦਰ ਦੀ ਸਮਤਾ (ਜਾਂ ਤੁੱਲਤਾ) ਦੱਸਦੀਆਂ ਹਨ। ਸੰਵੇਗ (ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਅਤੇ ਵੇਗ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ) ਦੀ ਢੁਆਈ ਲਈ ਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਿਯਮ ਉਪਯੋਗ ਵਿੱਚ ਲਿਆਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਉਸਨਤਾ (ਏਨਥਲਪੀ) ਢੋਣ ਲਈ ਤਾਪਗਤਿਕੀ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਨਿਯਮ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਇਹ ਸਮੀਕਰਣ ਕਾਰਤੀਸੀਆਈ (Cartesian) ਨਿਰਦੇਸ਼ਅੰਕੀ ਤੰਤਰ ਵਿੱਚ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 22** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸੰਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਵਹਿਣ ਦਰ ਲਈ, ‘ਨੇਸ’ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦਾ ਸਾਮਾਨਜ (ਆਮ) ਰੂਪ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

$$\frac{Du}{Dt} = X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u \tag{80}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\nabla^2 v \tag{81}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 w \tag{82}$$

ਜਿੱਥੇ,

X, Y, Z	= ਪਿੰਡ (ਕਾਇਆ) ਬਲ ਹਨ x, y, z ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ,
ρ	= ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ,
p	= ਦਬਾ,
ν	= ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਜ ਸ਼ਯਾਨਤਾ,
u, v, w	= ਵੇਗ ਅੰਸ਼ x, y, z ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ
D/Dt	= ਸੰਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ, ਕਈ ਬਾਰ ਇਸ ਨੂੰ ਸਸਾਰ (ਪਦਾਰਥਕ), ਸੰਪੂਰਣ (ਸਗਲਾ), ਅਭਿਵਾਹੀ (advective), ਅਭਿਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ ਵੀ ਆਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

ਸੰਵਹਿਣ: ਜਦੋਂ ਗਰਮ ਕੀਤਾ ਦ੍ਰਵ ਆਪਣੇ ਸ੍ਰੋਤ ਤੋਂ ਪਰੇ ਵਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਤਾਪਕ ਊਰਜਾ ਲੈ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਤਾਪਕ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਨੂੰ “ਸੰਵਹਿਣ” ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗਰਮ ਲੋਹੇ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਲ ਉੱਠਦੀ ਗਰਮ ਹਵਾਂ ਸੰਵਹਿਣ ਦੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ।

ਅਭਿਵਹਿਣ: ‘ਸੰਵਹਿਣ’ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਘੁਲੇ ਜਾਂ ਲਟਕੇ ਕਿਸੇ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ “ਅਭਿਵਹਿਣ” ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਉੱਚੀ ਚਿਮਨੀ ਵਿੱਚੋਂ ਧੂੰਏਂ ਦਾ ਵਾਯੂਮੰਡਲ ਵਿੱਚ ਥੋਦੀ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਵਿੱਚ ਫੈਲਣਾ।

ਸੰਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ: ਸਾਂਤਤਜਕ ਯੰਤ੍ਰਿਕੀ (continuum mechanics) ਵਿੱਚ ‘ਸੰਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ’ ਕਿਸੇ ਤੱਤਮਈ ਸਾਮੱਗਰੀ ਦੀ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ (ਜਿਵੇਂ ਤਾਪ ਜਾਂ ਸੰਵੇਗ) ਦੇ ਬਦਲਣ ਦੀ ਕਾਲਿਕ ਦਰ ਦਾ ਵਿਆਖਿਆਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਾਮੱਗਰੀ ਉਸ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਦੇਸ-ਅਤੇ-ਕਾਲ-ਨਿਰਭਰ ਸਥੂਲ ਵੇਗ-ਖੇਤਰ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨਾ ਦੇ ਪਰਾਧੀਨ ਹੋਵੇ। ਅਰਥਾਤ ਇਹ ਅਵਕਲਜ ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ‘ਦੇਸ’ ਅਤੇ ‘ਕਾਲ’ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨਾਂ ਦਾ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਅਵਕਲ ਜਾਂ ਅਵਕਲਜ: ‘ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ’ ਜਾਂ ‘’ਚਲਨ-ਕਲਨ’ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਫਲਨ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਫਲਨ ਤੋਂ ਵਿਉਤਪੰਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਵਿਉਤਪੰਨ ਫਲਨ ਨੂੰ ਉਸ ਦਾ ‘ਅਵਕਲ’ ਜਾਂ ‘ਅਵਕਲਜ’ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਫਲਨ $f(x)$ ਦਾ ਅਵਕਲਨ $df(x)/dx = f'(x)$ ਹੈ ਤਾਂ $f'(x)$ ਨੂੰ $f(x)$ ਦਾ ਅਵਕਲ ਜਾਂ ਅਵਕਲਜ ਹੈ ਅਤੇ d/dx ਇਸ ਦਾ ਸੰਕਾਰਕ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ,

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y} + w\,\frac{\partial u}{\partial z} \tag{83}$$

ਲਾਪਲਾਸ ਸੰਕਾਰਕ (Laplace’s Operator) ∇^2 ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{84}$$

‘ਨੇਸ’ ਸਮੀਕਰਣ ਅਤੇ ‘ਸੰਤਤ’ ਸਮੀਕਰਣ ਰਲ ਕੇ ਚਾਰ ‘ਸਮਕਾਲਕ ਅਵਕਲ ਸਮੀਕਰਣ’ ਬਣਦੇ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਚਾਰ ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ (u, v, w ਅਤੇ p) ਦਾ, ਅਸੂਲਨ, ਹੱਲ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦਾ ‘ਅਰੇਖੀ’ ਸਰੂਪ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦਾ ਕੰਮ ਬੜਾ ਜਟਿਲ ਅਤੇ ਔਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ, ਸਰਲ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਲਈ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਿਕ ਹੱਲ ਸੰਭਵ ਹੈ। ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਿਕ ਹੱਲ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ (ਯਥਾਤੱਥੀ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦਕਿ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਹੱਲ ਸਨਿਕਟਵਰਤੀ (ਨੇੜੇ-ਤੇੜੇ ਦਾ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਹਾਰਕ ਯਥਾਰਥਕ ਦ੍ਰਵਗਤੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵਪ੍ਰਵਾਹ ਬੜਾ ਜਟਿਲ ਅਤੇ ਹਲਚਲੀ (ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ) ਸਰੂਪ ਵਾਲਾ ਹੁੰਦਾ, ਕੰਪਿਊਟਰ ਆਧਾਰਤ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਪ੍ਰਵਿਧੀਆਂ ਵਰਤੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

7.1 ਨਾਲ਼ੇ ਜਾਂ ਨਹਿਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ

‘ਨੇਸ’ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਸਰਲ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ ਦੋ ਸਮਤਲ, ਅਸੀਮ, ਦੋ-ਵਿਮੀ, ਸਥਿਰ ਪੱਤਰੀਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਨਾਲ਼ੇ ਵਿੱਚ, ਟਿਕਵਾਂ, ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ, ਸ਼ਯਾਨ ਪ੍ਰਵਾਹ ਜਾਚਦੇ ਹਾਂ। (ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 23**)

ਹਰ ਥਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ x-ਧੁਰੇ (ਯਕਸ਼) ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ ਟਿਕਵਾਂ ਮੰਨਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਇਸ ਲਈ y (ਰਕਸ਼) ਅਤੇ z (ਲਕਸ਼) ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਸਿਫਰ ਹਨ; ਅਰਥਾਤ $v = 0$, $w = 0$। ਇਸ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ‘ਨੇਸ’ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਦੇ ਹਨ,

$$-\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{85}$$

$$-\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{86}$$

ਸੰਤਤ ਸਮੀਕਰਣ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{87}$$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ‘ਸੀਮਾਂ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧਾਂ’ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ, ਜੋ ਅਸੀਂ ਜਾਂਣਦੇ ਹੀ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ,

$$y = b \quad \text{ਉੱਪਰ} \quad u = 0 \qquad (88)$$
$$y = -b \quad \text{ਉੱਪਰ} \quad u = 0$$

ਇਹ 'ਸੀਮਾਂ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ' ਇਹ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਤਹ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਨਾਲ ਦਾ ਦ੍ਰਵ ਸਥਿਰ (ਭਾਵ ਗਤੀਹੀਣ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤੋਂ ਉਪਰੰਤ ਸਮੀਕਰਣ (86) ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦਬਾ, p , ਸਿਰਫ x ਚਲਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਹੀ ਫਲਨ ਹੈ, ਭਾਵ ਇਹ y ਦਿਸ਼ਾ ਨਾਲ ਨਹੀ ਬਦਲਦਾ। ਇਸ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਸਮੀਕਰਣ (87) ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ u ਸਿਰਫ y ਦਿਸ਼ਾ ਨਾਲ ਹੀ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ 'ਅੰਸ਼ਿਕ ਅਵਕਲ ਸਮੀਕਰਣ' ('ਅੰਅਸ', ∂/∂x) (85) ਨੂੰ 'ਸਾਧਾਰਣ ਅਵਕਲ ਸਮੀਕਰਣ' ('ਸਾਅਸ', d/dx) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \nu\frac{d^2u}{dy^2} = 0 \qquad (89)$$

ਇਸ 'ਸਾਅਸ' ਨੂੰ ਸੀਮਾਂ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧਾਂ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਵੇਗ ਦਾ u-ਅੰਸ਼ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\frac{dp}{dx} = \mu\frac{d^2u}{dy^2} \qquad (90)$$

ਜਿੱਥੇ μ = ρv, ਇਸ ਲਈ

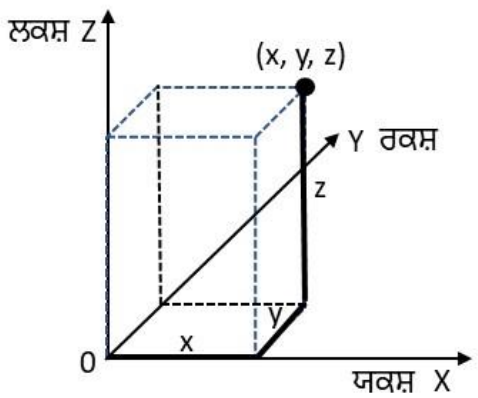
$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(b^2 - y^2) \qquad (91)$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਤੋਂ ਸਾਫ ਜ਼ਾਹਰ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿੱਖ ਇਕੇਂਦਰ (ਪਰਬਲਾ) ਸ਼ਕਲ ਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 23** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਦਾਬ-ਪ੍ਰਵਣਤਾ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਚਾਲਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ 'ਪੋਆਇਸਿਲ' ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ 1838 ਵਿੱਚ ਜੀਨ ਲੀਓਨਾਰਡ ਮੈਰੀ ਪੋਆਇਸਿਲ (Jean Leonard Mari Poiseuille) ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦ੍ਰਵਚਾਲਿਤ ਤੰਤਰਾਂ ਅਤੇ ਗੱਡੀਆਂ ਦੀਆਂ ਬਰੇਕਾਂ ਵਿੱਚ ਆਮ ਪਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 23** ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਧਿਕਤਮ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵੇਗ, u_{max}, ਨਾਲ਼ੇ ਦੀ ਮੱਧਰੇਖਾ (y=0) 'ਤੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

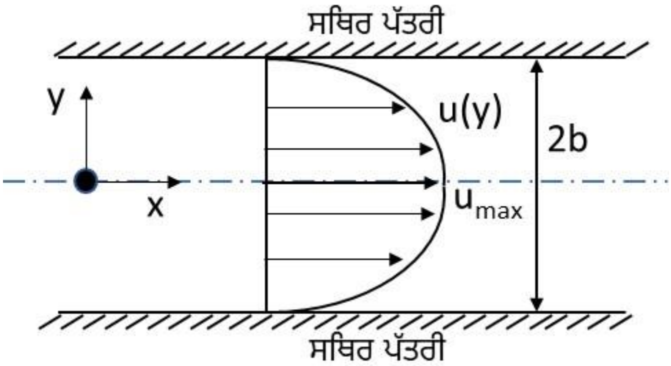
$$u_{max} = -\frac{b^2}{2\mu}\frac{dp}{dx} \qquad (92)$$

ਇਸ ਦਾ ਸੰਗਤੀ 'ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ' ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = -\frac{1}{2}\frac{dp}{dx}(b^2 - 2y) \qquad (93)$$



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 22: ਕਾਰਤੀਸੀਆਈ ਨਿਰਦੇਸ਼ਾਂਕ ਤੰਤਰ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 23: ਨਾਲੇ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ

8 ਊਰਜਾ ਸਮੀਕਰਣ

ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਨੇਵੀਅਰ-ਸਟੋਕਸ (ਨੇਸ) ਸਮੀਕਰਣ, ਮੁੱਖ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਸਥਾਨਅਂਤਰਣ (ਕਿਸੇ ਗੁਣ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਸਥਾਨ ਪਹੁੰਚਾਉਣਾ) ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦੋਨੋ 'ਸੰਵੇਗ' ਪਰਿਵਹਿਣ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਤਾਪ (ਉਸਨਤਾ, ਐਨਥਲਪੀ) ਪਰਿਵਹਿਣ ਲਈ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਵਸਤੂ ਅਤੇ ਗੈਸਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿਚਕਾਰ ਤਾਪ ਦੇ ਤਬਾਦਲੇ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ 'ਸੰਵੇਗ ਸੰਰੱਖਣ ਸਮੀਕਰਣ' ਅਤੇ 'ਤਾਪ ਸੰਰੱਖਣ ਸਮੀਕਰਨ' ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਤਾਪ ਤਬਾਦਲੇ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਤਾਪਮਾਨ ਦਾ ਵਿਤਰਣ (ਵੰਡਣਾ) ਜਾਨਣ ਲਈ ਊਰਜਾ ਸੰਰੱਖਣ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ ਅੰਤਰਣ (ਤਬਾਦਲਾ) ਦੇ 'ਨੇਸ' ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਸਨਤਾ (ਐਨਥਲਪੀ): ਕਿਸੇ 'ਤਾਪਗਤਿਕੀ' ਵਿਵਸਥਾ (ਤੰਤਰ) ਦੇ ਅੰਦਰ ਕੁੱਲ ਤਾਪ ਜਾਂ ਤੱਤਾਪਣ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਨੂੰ 'ਉਸਨਤਾ' ('ਐਨਥਾਲਪੀ') ਦਾ ਨਾਮ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਵਿਵਸਥਾ ਦੀ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਜਮ੍ਹਾਂ ਇਸ ਦੇ ਦਬਾ ਅਤੇ ਆਇਤਨ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

$$\mathbf{H = U + pV}$$

ਜਿੱਥੇ,

H = ਵਿਵਸਥਾ ਦੀ ਉਸਨਤਾ (ਐਨਥਾਲਪੀ),

U = ਵਿਵਸਥਾ ਦੀ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ,

p = ਵਿਵਸਥਾ ਦਾ ਦਾਬ,

V = ਵਿਵਸਥਾ ਦਾ ਆਇਤਨ।

ਕਿਸੇ ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਲਈ ਊਰਜਾ ਦਾ ਸੰਤੁਲਨ ਉਸ ਦੀ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ, ਤਾਪ ਦਾ ਸੰਚਾਲਨ, ਤਾਪ ਦਾ ਸੰਵਹਿਣ, ਘਰਸਣ ਦੁਆਰਾ ਤਾਪ ਦਾ ਉਤਪਾਦਨ ਅਤੇ ਤਾਪ-ਸ੍ਰੋਤ ਦੁਆਰਾ ਤਾਪ ਦਾ ਉਤਪਾਦਨ ਆਦਿ ਰਾਹੀਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

'ਤਾਪਗਤਿਕੀ' ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, ਊਰਜਾ ਸੰਤੁਲਨ (ਊਰਜਾਸਮ) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dE}{dt} + \frac{dW}{dt} \tag{94}$$

ਜਿੱਥੇ,

dQ/dt = ਤਾਪ ਦਾ ਨਿਵੇਸ਼ ਦਰ (ਵਿਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਪਾਇਆ ਜਾਣ ਵਾਲਾ ਤਾਪ),

dE/dt = ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਦਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਰ,

dW/dt = ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਬਾਹਰੀ ਯਾਂਤ੍ਰਿਕ ਕਾਰਜ (ਭਾਵ ਕੰਮ ਕਰਨ 'ਤੇ ਲੱਗੀ ਊਰਜਾ)

ਉੱਪਰੋਤਕ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਵਿਕਿਰਣ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਰਾਹੀਂ ਤਾਪ ਅੰਤਰਣ ਅਣਡਿੱਠ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸਥਿਰ ਗੁਣਾਂ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਵ ਲਈ, ਊਰਜਾ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਸਰਲ ਰੂਪ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$\frac{\partial\theta}{dt} + u\,\frac{\partial\theta}{dx} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} + w\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{k}{\rho c_p}\,\nabla^2\theta \tag{95}$$

ਜਿੱਥੇ,

∇^2 = ਲਾਪਲਾਸ ਸੰਕਾਰਕ,

θ = ਕਿਸੇ ਆਧਾਰ ਆਂਕਿਆ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਤਾਪਮਾਨ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ,

k = ਤਾਪ ਸੰਚਾਲਕਤਾ ਗੁਣਾਂਕ (thermal conductivity),

c_p =ਸਥਿਰ ਦਬਾ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ

9 ਪ੍ਰਕਛੋਭ (ਖਲਬਲੀ ਪ੍ਰਵਾਹ)

ਵਹਾਉ ਦੀ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਗਤੀ ਲਈ ਬੇਤਰਤੀਬੀ ਅਤੇ ਅਨਿਯਮਿਤਤਾ ਆਵੱਸ਼ਕ ਅਤੇ ਪ੍ਰਯਾਪਤ ਸ਼ਰਤਾਂ ਹਨ। ਬਹੁਤ ਖਲਬਲੀ ਵਾਲਾ, ਘੁੰਮਣਦਾਰ ਅਤੇ ਤਿੰਨ-ਵਿਮੀ ਦ੍ਰਵੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਪ੍ਰਕਛੋਭ ਹੋਣ ਦੇ ਇਹ ਤਾਤਵਿਕ (ਵਾਸਤਵਿਕ) ਲੱਛਣ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਲੱਛਣਾਂ ਤੋਂ ਸ਼ਾਇਦ ਇਹ ਲੱਗੇ ਕਿ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਬਾਰੇ ਕੁੱਝ ਵੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤਪੂਰਵਕ ਜਾਣਿਆ ਨਹੀ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਦਰਅਸਲ, ਸਹੀ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਨਾ ਤਾਂ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ ਸਪਸ਼ਟ ਤੌਰ ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਗੁਣਾਂ ਦਾ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੂਰਵਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਵਿਹਾਰਕ ਵਰਤੋਂ ਲਈ ਪ੍ਰਕਛੋਭ ਦੇ ਅਸਰ ਜ਼ਿਆਦਾ ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦੇ ਹਨ; ਅਰਥਾਤ ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹ ਪ੍ਰਵਾਹ ਪਰਿਘਟਨਾ ਵਿੱਚ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣ ਤੋਂ ਨਾ ਤਾਂ ਇਸ ਦੀ ਨਿਪੁੰਨ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਇਤਨੀ ਵਾਜਬ ਹੈ।

ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਨਿਹਿਤ ਇਕਸਾਰਤਾ ਵੀ ਹੈ ਅਤੇ ਤਰਤੀਬ ਵੀ; ਕੁਦਰਤ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਥਾਨਕ ਸਮਤਾ (ਸੰਤੁਲਨ) ਅਤੇ ਸੁਰਮੇਲ ਬਰਕਰਾਰ ਰੱਖਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਛਿਣਭੰਗਰਤਾ, ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸਥਾਈ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਸਥਾਈ ਅਵਸਤਾ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ ਇਕ ਸੰਕ੍ਰਮਣ ਮਾਧਿਆਮਕ ਦਸ਼ਾ (transition) ਹੈ। ਅਫਰਾਤਫਰੀ ਅਤੇ ਬੇਤਰਤੀਬੀ ਦੀ ਸਥੂਲ (ਅਸੂਖਮ) ਸੰਸਾਰ-ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀ ਮਾਨਵ ਪ੍ਰਤੱਖਣ (ਸੂਝ ਬੂਝ) ਨਾਲ ਹੀ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦੀ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਹ ਅਤਿਸੂਖਮ ਪੱਧਰ ਦੇ ਅੰਤਰੀਵ ਸੰਤੁਲਨ ਨੂੰ ਸੀਮਾਬੱਧ ਸੰਸਾਰ ਦੀਆਂ ਨਿਰੂਪਿਤ ਭੌਤਿਕ ਪਰਿਘਟਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਮਾਨਵ ਅਸਮਰਥਾ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਕਰਕੇ ਅਨੁਭਾਵਕ ਵਿਧੀ ਦੇ ਸੰਖਿਆਕੀ ਨਿਰੂਪਣਾਂ ਵਿੱਚ “ਸੰਪਿੰਡਿਕ ਪਰਿਮਿਤਿ” (ਇਕੱਠੇ ਕਰਕੇ ਗੰਢੇ ਪਰਿਮਿਤਿ) ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਈ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਮਿਤਿ ਵਿੱਚ ਗੰਢ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਆਧਾਰ ‘ਤੇ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ (ਖਲਬਲੀ) ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਹੱਲ ਵਿੱਚ ਅੱਗੇ ਵਧਣ ਲਈ, ਇਹ ਸਮਝ ਲੈਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਅਵਯਵਾਂ ਦੇ ਸੁਮੇਲ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ; (1) ‘ਔਸਤ ਅੰਸ਼’, ਜੋ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ (2) ‘ਉੱਚਾਵੱਚ ਅੰਸ਼’, ਜੋ ਯਾਦ੍ਰਿੱਛਕ (ਆਪਹੁਦਰਾ, ਨਾ-ਅਨੁਮਾਨਣਯੋਗ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਔਸਤੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ, ਤੈਹਦਾਰ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਖਾਸ ਗੁਣਾਤਮਕ ਅੰਤਰ ਨਹੀ ਹੁੰਦੇ, ਔਸਤੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਣਨ ਪੂਰੇ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਉੱਚਾਵੱਚ ਅੰਸ਼ ਸਿਰਫ ਸੰਖਿਆਕੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਉੱਪਰ ਹੀ ਆਧਾਰਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪ੍ਰਕਛੋਭ ਦਾ ਇੱਕ ਮੁੱਖ ਲੱਛਣ ਇਹ ਵੀ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਗੁਣ ਦੇ ਵਿਸਰਣ (ਪਸਾਰਾ) ਦਾ ਕਾਰਨ ਬਣਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵਾਹਣ ਕਰਨ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਉਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਗੁਣਾਂ (ਲੱਛਣਾਂ) ਨੂੰ ਇੱਕ ਥਾਂ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਥਾਂ ਲੈ ਜਾਣ ਦਾ ਕੰਮ ਵੀ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਹਵਾ ਲੱਦੇ ਪ੍ਰਦੂਸ਼ਣ ਜਾਂ ਧੂੰਏ ਦੇ ਕਣਾਂ ਦਾ ਢੋਣਾ ਆਦਿ। ਇਸ ਪਹਿਲੂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਕਛੋਭ, ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਨਹੀ ਬਲਕਿ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਯੋਗਾਤਮਕ ਪ੍ਰਮਾਣਾਂ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦ੍ਰਵੀ ਅਵਯਵਾਂ ਦੀ ਢੁਆਈ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਅਤੀ-ਅਵਿਵਸਥਿਤ ਵਿਭਿੰਨ ਆਕਾਰਾਂ ਵਾਲੇ ਭੰਵਰਾਂ ਦੇ ਵਜੂਹਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਉੱਚਾਵੱਚ ਉਤਪੰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਭੰਵਰ ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਹੂੰਝੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਤਿਵੇਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ (ਸਥਾਨ ਬਦਲੀ) ਅਤੇ ਘੂਰਣਨ (ਘੁੰਮਣਨ) ਗਤੀ ਵੀ ਵਧਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਦੌਰਾਨ ਵੱਡੇ ਭੰਵਰ ਤੋੜੇ ਮਰੋੜੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਟੁੱਟ ਕੇ ਛੋਟੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਭੰਵਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਗਤੀ ਨੂੰ ‘ਔਸਤੀ’ ਅਤੇ ‘ਉੱਚਾਵੱਚ’ ਅੰਸ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ, q, ਦਾ ਤਾਤਖਿਣਿਕ ਮਾਨ ਇਵੇਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$q = \bar{q} + q' \qquad (96)$$

ਜਿੱਥੇ ਔਸਤੀ ਅੰਸ਼, q, ਕਾਲ ਦੇ ਪ੍ਰਸੰਗ ਵਿੱਚ ਔਸਤੀ ਮਾਨ ਹੈ (ਕਾਲ-ਔਸਤ), ਜਿਸ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਵੇਂ ਹੈ,

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} q(t)\ dt \qquad (97)$$

ਇਸ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਸਭ ‘ਉੱਚਾਵੱਚ‘ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਕਾਲ-ਔਸਤ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ

$$\overline{q'} = 0 \qquad (98)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਦਬਾ ਦੇ ਤਾਤਖਿਣਿਕ ਅੰਸ਼ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ,

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad p = \bar{p} + p' \tag{99}$$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਮਾਨਾ ਦਾ ਸੰਤਤ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਸਥਾਪਨ ਕਰਕੇ ਇਹ ਦਿਖਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \tag{100}$$

ਅਤੇ,

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \tag{101}$$

ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਾਲ-ਔਸਤੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਉੱਚਾਵੱਚ ਵੇਗ ਅੰਸ਼ ਵੀ, ਵਾਸਤਵਿਕ ਵੇਗ ਖੇਤਰ ਵਾਂਙ, ਸੰਤਤ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜਦੋ ਉੱਪਰੋਕਤ ਤਾਤਖਿਣਿਕ ਵੇਗ ਦੇ ਸੰਬੰਧ, 'ਨੇਸ' ਅਤੇ ਸੰਤਤ ਸਮੀਕਰਣਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤਿਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ x-ਦਿਸ਼ਾ ਦਾ 'ਨੇਸ' ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਸਰੂਪ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\begin{aligned} &\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \\ &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu\nabla^2\bar{u} - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x^2} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y^2} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z^2}\right) \end{aligned} \tag{102}$$

y- ਅਤੇ z- ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ ਵੀ ਇਸੇ ਸਰੂਪ ਦੇ ਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਤੈਹਦਾਰ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਸਰੂਪਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਫ ਜ਼ਾਹਰ ਹੈ ਕਿ ਆਮ ਅਰੇਖੀਅਤਾ (ਨੈਕਪਾਤਿਤਤਾ[720] ਭਾਵ ਨਾ-ਇਕ) ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਉੱਚਾਵੱਚ ਵੇਗ ਗੁਣਨਫਲ ਵਾਲੇ ਪਦ ($\overline{u'^2}$, $\overline{u'v'}$, $\overline{u'w'}$) ਵੀ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ, ਜੋ ਪ੍ਰਕਛੋਭ ਦਾ ਮਹੱਤਵ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, 'ਰੇਨੌਲਡਜ਼ ਤਣਾਅ' (Reynolds) ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਕਈ ਵਾਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਆਭਾਸੀ ਜਾਂ ਕਲਪਿਤ ਤਣਾਅ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)। ਇਹ ਵਾਧੂ ਤਣਾਅ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਉੱਚਾਵੱਚਾਂ (ਉਤਾਰ ਚੜ੍ਹਾ) ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅਸਰ ਤੈਹਦਾਰ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਵਾਲੇ ਪਦਾਂ ਵਰਗਾ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਕਰਕੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਕਸਰ 'ਭੰਵਰ ਸ਼ਯਾਨਤਾ' ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਹੋਏ ਵੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਭ ਵਿਹਾਰਕ ਮਹੱਤਤਾ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਵਾਹਾਂ ਵਿੱਚ 'ਰੇਨਾਲਡਜ਼ ਤਣਾਅ', ਸ਼ਯਾਨਤੀ ਤਣਾਅ ਨਾਲੋਂ ਬਹੁਤ ਅਧਿਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਪਰੋਕਤ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਕਾਰਨ ਹੈ ਕਿ ਕਿਉਂ ਪ੍ਰਕਛੋਭ ਇੰਨੀ ਵੱਡੀ ਵਿਹਾਰਕ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦਾ ਹੈ।

'ਨੇਸ' ਸਮੀਕਰਣ, ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਆਖਿਆਨ ਦੇ ਯਥਾਤੱਥ ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ। ਐਪਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਘੋਰ ਗਣਿਤਿਕ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਵੇਗ ਅਤੇ ਸੰਵੇਗ ਅਭਿਵਾਹ (ਨਿਕਾਸ) ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੀ ਅਰੇਖੀਅਤਾ ਤੋਂ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਰੇਨੌਲਡਜ਼ ਤਣਾਵਾਂ ਤੋਂ ਸਵੈ-ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਨੂੰ 'ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਵਿਧੀ' ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਖੇਤਰ ਉੱਪਰ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗ੍ਰਿਡ ਜਾਂ ਜਾਲ ਦੀਆਂ 'ਸੀਮਾ ਸ਼ਰਤਾਂ' ਨੂੰ ਨੀਯਤ ਕਰਕੇ ਸੁਲਝਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਗ੍ਰਿਡ ਉੱਪਰ 'ਯਥਾਤੱਥ ਸਮੀਕਰਣਾਂ' ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਕਾਲ-ਮਾਪ (ਕਾਲ ਪੈਮਾਨਾ) ਨਾਲ ਮੱਧਮਾਨਤ (ਔਸਤ) ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਮੰਨੇ ਹੋਏ 'ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਮਾਡਲ' ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਰੇਨੌਲਡਜ਼ ਤਣਾਵਾਂ ਨੂੰ ਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਰਾਹੀਂ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਚਿਤ 'ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਮਾਡਲ' ਦੀ ਚੋਣ ਪ੍ਰਵਾਹ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਦੇ ਸਰੂਪ ਅਤੇ ਜਟਿਲਤਾ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। 'k-ε' ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣੇ ਜਾਂਦੇ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਮਾਡਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਆਮ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਮਾਡਲ ਇੰਜਨੀਅਰਿੰਗ ਅਨੁਪ੍ਰਯੋਗ ਲਈ ਬਹੁਤ ਫਾਇਦੇਮੰਦ ਸਾਬਤ ਹੋਇਆ ਹੈ।

10 ਪ੍ਰਵਾਹ ਸਮਰੂਪਤਾ ਅਤੇ ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

ਹੁਣ ਤੱਕ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਫ ਜ਼ਾਹਰ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦ੍ਰਵੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿਵਸਥਾ ਦੇ ਵਹਾਉ ਦੇ ਲੱਛਣ ਸਿਰਫ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਦੁਆਰਾ ਹੀ ਨਹੀ ਬਲਕਿ ਵਹਾਉ ਦੀ ਜਿਆਮਿਤੀ ਰਾਹੀਂ ਵੀ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਮਿਸਾਲ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਪਾਈਪ ਵਿਚਲੇ ਅਤੇ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਨਾਲ਼ੇ ਦੇ ਵਹਾਉ ਅਲਗ ਅਲਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਵਹਾਉ ਦੇ ਦੌਰ ਜਿਆਮਿਤੀ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਸਮਰੂਪ ਨਹੀ ਹਨ। ਪਰ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਵੀ ਨਹੀ ਕਿ ਕੋਈ ਜਿਆਮਿਤੀ ਸਮਰੂਪਤਾ, ਵਹਾਉ ਦੀ ਸਮਰੂਪਤਾ (ਅਰਥਾਤ ਗਤਿਕ ਸਮਰੂਤਾ) ਪੈਦਾ ਕਰੇਗੀ। ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਜਾਂ ਭੌਤਿਕ ਵਿਵਸਥਾ ਵਿਚ ਗਤਿਕ ਸਮਰੂਪਤਾ ਹੋਣ ਲਈ, ਜਿਆਮਿਤੀ ਸਮਰੂਪਤਾ ਹੋਣ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਪ੍ਰਸੰਗੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਬਲ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ ਚਲਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਬਰਕਰਾਰ ਰੱਖਣਾ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦਾ ਹੈ।

10.1 ਪ੍ਰਵਾਹ ਸਮਰੂਪਤਾ

ਦ੍ਰਵ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੀ ਸੰਬੰਧਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਦੀ ਪ੍ਰਾਯੋਜਿਕ ਜਾਂਚ ਪੜਤਾਲ (ਅਨਵੇਸ਼ਣ) ਲਈ ਛੋਟੇ ਮਾਪ (ਲਘੁਮਾਨ) ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਮਾਡਲ ਦੀ ਵਿਧੀ ਅਕਸਰ ਵਰਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਮੂਲ ਆਧਾਰ ਇਸ ਪਰਿਕਲਪਨਾ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵੱਡੇ ਮਾਪ ਦੀ ਭੌਤਿਕ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਛੋਟੇ ਮਾਪ ਦੇ ਪ੍ਰਾਯੋਗ ਲਈ ਅਨੁਕਾਰਿਤ (ਪ੍ਰਤਿਮਾਨਨ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪਣ) ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਸ਼ਰਤ ਇਹ ਕਿ ਢੁੱਕਵੇਂ ਅਵਿਮੀ ਪਰਿਮਿਤਾਂ (ਪਰਿਮਾਪਾਂ) ਜਾਂ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਕਾਇਮ (ਬਰਕਰਾਰ) ਰੱਖ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੋਵੇ। 'ਪਰਿਮਿਤਿ' ਕਿਸੇ ਤੰਤਰ ਦਾ ਉਹ ਮਾਪਣਯੋਗ ਲੱਛਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਤੰਤਰ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਜਾਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦਾ ਹੋਵੇ, ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਆਕਾਰ ਜਾਂ ਭਾਰ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ ਭੌਤਿਕ ਸਮਰੂਪਤਾ ਕਾਇਮ ਰੱਖੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਛੋਟੇ ਮਾਪ ਦੇ ਪ੍ਰਾਯੋਗਿਕ ਪਰਿਣਾਮ ਵੱਡੇ ਮਾਪ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਲਈ ਸਹੀ ਮੰਨੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਦ੍ਰਵ ਗਤਿਕੀ ਦੇ ਪ੍ਰਾਯੋਜਿਕ ਅਨਵੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਜੋ ਅਵਿਮੀ ਪਰਿਮਿਤਿ ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦੇ ਹਨ, **ਸਾਰਣੀ 3** ਵਿੱਚ ਸੂਚਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੇ ਪਥ ਜਿਆਮਿਤੀਅਤੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਜੁਲਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ 'ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸਮਰੂਪਤਾ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਜਿਆਮਿਤੀਅਤੀ ਅਤੇ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀਅਤੀ ਸਮਰੂਪੀ ਤੰਤਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰ 'ਗਤਿਕ ਸਮਰੂਪਤਾ' ਉਦੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਸਾਰੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।

ਜੇਕਰ F_p, F_μ ਅਤੇ F_u ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਦਬਾ, ਸ਼ਯਾਨ ਅਤੇ ਜੜ੍ਹਤਵੀ ਬਲਾਂ ਦੇ ਸੰਕੇਤਕ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਗਤਿਕ ਸਮਰੂਪਤਾ ਲਈ,

$$\frac{(F_p)_1}{(F_p)_2} = \frac{(F_\mu)_1}{(F_\mu)_2} = \frac{(F_u)_1}{(F_u)_2} \tag{103}$$

ਜਾਂ

$$\left(\frac{F_p}{F_\mu}\right)_1 = \left(\frac{F_p}{F_\mu}\right)_2 = \text{ਸਥਿਰਅੰਕ} \tag{104}$$

ਜਾਂ

$$\left(\frac{F_\mu}{F_u}\right)_1 = \left(\frac{F_\mu}{F_u}\right)_2 = \text{ਸਥਿਰਅੰਕ} \tag{105}$$

ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਦੋ ਵਿਭਿੰਨ ਅਰਧ-ਵਿਆਸਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਗੋਲਿਕਾਵਾਂ ਉੱਪਰ ਵਹਾਉ ਵਿਚਕਾਰ 'ਗਤਿਕ ਸਮਰੂਪਤਾ' ਤਾਂ ਹੋਵੇਗੀ ਜੇਕਰ,

$$\left(\frac{F_\mu}{F_u}\right)_{\text{ਗੋਲਿਕਾ } 1} = \left(\frac{F_\mu}{F_u}\right)_{\text{ਗੋਲਿਕਾ } 2} = Re \tag{106}$$

ਜਿੱਥੇ Re ਇੱਕ ਸਥਿਰਅੰਕ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ 'ਰੇਨੌਲਡਜ਼ ਨੰਬਰ' ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੀ ਸਪਸ਼ਟ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u L}{\mu} \tag{107}$$

ਜਿੱਥੇ,

ρ = ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ [kg/m^3],
u = ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵੇਗ [m/s],
L = ਗੋਲਿਕਾ ਦਾ ਵਿਆਸ [m],
μ = ਵਹਾਉ ਦੀ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ [Pa·s or N·s/m^2 or kg/m·s]
ν = ਸ਼ੁੱਧ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ [m^2/s],

ਜੇਕਰ ਦੋ 'ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀਅਤੀ ਸਮਰੂਪੀ' ਪ੍ਰਵਾਹਾਂ ਦਾ Re ਨੰਬਰ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹਾਂ ਨੂੰ 'ਗਤਿਕੀਅਤੀ ਸਮਰੂਪ' ਪ੍ਰਵਾਹ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ 3: ਦ੍ਰਵ ਗਤਿਕੀ ਦੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਅਵਿਮੀ ਗਰੁੱਪ

ਨਾਮ	ਗਰੁੱਪ	ਭੌਤਿਕ ਮਹੱਤਤਾ
ਰੇਨੌਲਡਜ਼ (Reynolds) ਨੰਬਰ, Re	$\mathrm{Re} = \frac{\rho u l}{\mu}$	ਜੜ੍ਹਤਵੀ ਬਲ ਅਤੇ ਘਸਰਣ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ
ਫਰੂਡ (Froude) ਨੰਬਰ, Fr	$\mathrm{Fr} = \frac{u^2}{lg}$	ਜੜ੍ਹਤਵ ਬਲ ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਵ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ – ਇਹ ਉਛਾਲਵਤ ਵਹਾਉ ਲਈ ਖਾਸ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦਾ ਹੈ।
ਗਰਾਸਹੌਫ (Grashof) ਨੰਬਰ, Gr	$\mathrm{Gr} = \frac{g l^3 \beta T}{\nu^2}$	ਉਛਾਲੂ ਬਲ ਅਤੇ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ – ਕਲਗੀਰੂਪ ਉਛਾਲਵਤ ਵਹਾਉ (ਜਿਵੇਂ ਚਿਮਨੀ ਵਿੱਚੋਂ ਧੂੰਆ) ਵਿੱਚ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦਾ ਹੈ
ਪਰਾਂਟਲ (Prandtl) ਨੰਬਰ, Pr	$\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{k}$	'ਸੰਵੇਗ' ਵਿਸਰਣਸ਼ੀਲਤਾ ਅਤੇ 'ਤਾਪ' ਵਿਸਰਣਸ਼ੀਲਤਾ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ
ਜਿੱਥੇ, ρ = ਘਣਤਾ, u = ਵੇਗ, l = ਅਭਿਲੱਛਣਿਕ ਲੰਬਾਈ, β = ਤਾਪੀ ਪ੍ਰਸਾਰ ਗੁਣਾਂਕ, T = ਪਰਿਵੇਸ਼ (ambient) ਤਾਪਮਾਨ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਤਾਪਮਾਨ, ν = ਸ਼ੁੱਧ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ, g = ਗੁਰੂਤਵੀ ਪ੍ਰਵੇਗ, μ = ਵਹਾਉ ਦੀ ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ, c_p = ਅਚਲ ਦਬਾ ਥੱਲੇ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ, k = ਤਾਪ ਚਾਲਕਤਾ		

10.2 ਵਿਮਾਵਾਂ (ਪਰਿਮਾਪ) ਅਤੇ ਇਕਾਈਆਂ

ਦ੍ਰਵ ਗਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਮਾਪਣ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਪ੍ਰਮੁਖ ਇਕਾਈਆਂ ਹਨ: ਦ੍ਰਵਮਾਨ, M; ਲੰਬਾਈ, L; ਅਤੇ ਸਮਾ ਜਾਂ ਕਾਲ, T। ਬਾਕੀ ਸਭ ਰਾਸ਼ੀਆ, ਜਿਵੇਂ ਬਲ ਅਤੇ ਦਬਾ ਆਦਿ, ਦਾ ਵਰਣਨ ਇਨ੍ਹਾਂ ਮੂਲ ਇਕਾਈਆਂ ਦੇ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਕੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਇਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨ ਮੂਲ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਵਰਣਨ ਕਰਨ ਦੇ ਕਾਬਲ ਹੈ ਤਾਂ M, L ਅਤੇ T ਦੇ ਪਰਿਣਾਮਿਤ ਫਲਨ ਨੂੰ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਵਾਂ (ਆਯਾਮ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਨਿਊਟਨ ਦੇ 'ਗਤੀ ਦੇ ਦੂਜੇ ਨਿਯਮ' ਅਨੁਸਾਰ ਬਲ, F, ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ: F = m.a: ਜਿੱਥੇ m ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਅਤੇ a ਪ੍ਰਵੇਗ ਕਹੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। m ਦੀ ਵਿਮਾ [M] ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ, ਚੌਰਸ ਕੋਸ਼ਠਕਾਂ (ਜਾਂ ਬੰਧਕਾਂ) ਵਿੱਚ, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$[\mathrm{m}] = [\mathrm{M}] \tag{108}$$

ਇੰਜ ਹੀ,

$$[\mathrm{a}] = [\mathrm{LT}^{-2}] \tag{109}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਲ ਦੇ ਵਿਮਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ,

$$[\mathrm{F}] = [\mathrm{MLT}^{-2}] \quad (110)$$

ਦ੍ਰਵ ਗਤਿਕੀ ਲਈ ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦੀਆਂ ਹੋਰ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਵਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ **ਸਾਰਣੀ 4** ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਪਰਿਮਾਪਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਫਾਇਦੇਮੰਦ ਉਪਯੋਗ ਇਹ ਵੀ ਹੈ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਣ ਦੀ ਵੈਧਤਾ ਜਾਂ ਪ੍ਰਮਾਣਕਤਾ ਪਰਖੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਲ ਵਿਮਾਵਾਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਕੁੱਲ ਵਿਮਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਰੂਪ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ ਨਹੀ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਣ ਸਹੀ ਨਹੀ ਹੋ ਸਕਦਾ।

10.3 ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

ਜਦੋ ਵੀ ਕੋਈ ਭੌਤਿਕ ਪਰਿਘਟਨਾ, ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੁਆਰਾ ਵਰਣਨ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਅਤਿ ਜ਼ਰੂਰੀ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਸਮੁੱਚੇ ਪਦਾਂ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣ, ਭਾਵ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿਮਾਵਾਂ ਪੱਖੋਂ ਸਜਾਤੀ ਜਾਂ ਸਾਧਰਮਈ ਹੋਵੇ। ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਪਰਿਮਿਤਾਂ ਦਾ ਸਰਸਰੀ ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਸਮੀਕਰਣ ਦੀ ਸਜਾਤੀਅਤਾ ਜਾਂ ਸਾਧਰਮਈਤਾ ਦਾ ਇੱਕ ਬੜਾ ਤਾਕਤਵਰ ਸੰਕੇਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ: ਕਿਸੇ ਤਿਰਯਕ (ਸਮ-ਰੇਖੀ) ਕੇਸ਼ਿਕਾ ਨਲੀ ਦੇ ਰਾਹੀਂ ਨਿਕਾਸ, Q, ਦਾ ਵਿਅੰਜਕ ਲੱਭੋ।

ਨਿਕਾਸ, Q, ਨਿਮਨਲਿਖਿਤ ਪਰਿਮਿਤਾਂ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ,

ਲੰਬਾਈ ਨਾਲ ਦਬਾ ਦੀ ਗਿਰਾਵਟ (ਜਾਂ ਅਵਰੋਹ)	$\Delta p/l$
ਨਲੀ ਦਾ ਵਿਆਸ	D
ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ	μ

ਇਨ੍ਹਾਂ ਪਰਿਮਿਤਾਂ ਦੇ ਵਿਮਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ,

$$[\Delta p/l] = [ML^{-2}T^{-2}]$$
$$[D] = [L]$$
$$[\mu] = [ML^{-1}T^{-1}]$$

ਇਸ ਲਈ,Q, ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

$$Q = k\left(\frac{\Delta p}{l}\right)^{\alpha} D^{\beta}\,\mu^{\gamma} \quad (111)$$

ਅਰਥਾਤ,

$$[L^3T^{-1}] = k\,[ML^{-2}T^{-2}]^{\alpha}\,[L]^{\beta}\,[ML^{-1}T^{-1}]^{\gamma} \quad (112)$$

ਸਾਧਰਮਈਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿਮਾ ਦੇ ਘਾਤਾਂਕ ਦੀ ਤੁੱਲਨਾ ਕਰਕੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$\gamma + \alpha = 0$ [M] ਦੀ ਤੁੱਲਨਾ ਨਾਲ

$\beta - 2\alpha - \gamma = 3$ [L] ਦੀ ਤੁੱਲਨਾ ਨਾਲ

$2\alpha + \gamma = 1$ [T] ਦੀ ਤੁੱਲਨਾ ਨਾਲ

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$\alpha = 1, \qquad \gamma = -1 \qquad \beta = 4$$

ਇਸ ਲਈ ਨਿਕਾਸ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਦਾ ਹੈ,

$$Q = k\left(\frac{\Delta p}{l}\right)^{1} D^4\,\mu^{-1} = k\left(\frac{\Delta p}{l}\right)\frac{D^4}{\mu} \tag{113}$$

ਇਹ ਵਿਅੰਜਕ ਸਾਨੂੰ ਸਥਿਰ ਅੰਕ, k, ਬਾਰੇ ਕੋਈ ਸੂਚਨਾ ਨਹੀ ਦਿੰਦਾ। ਆਮ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਇਸ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਦਾ ਮਾਨ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ ਦੇ ਅੰਨਵੇਸ਼ਣਾਂ ਦੁਆਰਾ ਹਾਸਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ 4: ਦ੍ਰਵਗਤੀਕੀ ਦੀਆਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਨਾਪ

ਰਾਸ਼ੀ	ਨਾਪ	ਰਾਸ਼ੀ	ਨਾਪ
ਦ੍ਰਵਮਾਨ	M	ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਪ੍ਰਤੀ ਖੇਤਰਫਲ	ML^{-2}
ਲੰਬਾਈ	L	ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਆਘੂਰਣ	ML
ਕਾਲ (ਸਮਾ)	T	ਜੜ੍ਹਤਾ ਆਘੂਰਣ/ਜੜ੍ਹਤਾ ਗੁਣਨਫਲ	ML^2
ਵੇਗ ਜਾਂ ;ਚਾਲ	LT^{-1}	ਤਣਾਅ ਅਤੇ ਦਬਾਅ	$ML^{-1}T^{-2}$
ਪ੍ਰਵੇਗ (acceleration)	LT^{-2}	ਵਿਕ੍ਰਿਤਿ	$M^0L^0T^0$
ਸੰਵੇਗ (Momentum) ਅਤੇ ਆਵੇਗ (impulse)	MLT^{-1}	ਲਚਕਦਾਰਤਾ (ਪ੍ਰਤਜਾਸਥਤਾ)ਮਾਪਾਂਕ	$ML^{-1}T^{-2}$
ਬਲ	MLT^{-2}	ਆਨਮਨੀ ਦ੍ਰਿੜ੍ਹਤਾ (ਕਿਸੇ ਸ਼ਤੀਰ ਦੀ)	ML^3T^{-2}
ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਕੰਮ	ML^2T^{-2}	ਮਰੋੜੀ ਦ੍ਰਿੜ੍ਹਤਾ (ਕਿਸੇ ਸ਼ਾਫਟ ਦੀ)	ML^3T^{-2}
ਸ਼ਕਤੀ	ML^2T^{-3}	ਰੇਖੀ ਦ੍ਰਿੜ੍ਹਤਾ (ਬਲ ਪ੍ਰਤੀਏਕ ਵਿਸਥਾਪਨ)	MT^{-2}
ਬਲ ਆਘੂਰਣ	ML^2T^{-2}	ਕੋਣਿਕ ਦ੍ਰਿੜ੍ਹਤਾ (ਆਘੂਰਣ ਪ੍ਰਤੀ ਰੇਡੀਅਨ)	ML^2T^{-2}
ਕੋਣਿਕ ਸੰਵੇਗ ਜਾਂ ਸੰਵੇਗ ਆਘੂਰਣ	ML^2T^{-1}	ਰੇਖੀ ਨਮਨਤਾ ਜਾਂ ਅਭਿਗ੍ਰਹਿਣਤਾ ਜਾਂ ਗ੍ਰਹਿਣਸ਼ੀਲਤਾ (ਵਿਸਥਾਪਨ ਪ੍ਰਤੀ ਬਲ)	$M^{-1}T^2$
ਕੋਣ	$M^0L^0T^0$	ਭੰਵਰਤਾ (ਘੁੰਮਣਘੇਰੀ)	T^{-1}
ਕੋਣਿਕ ਵੇਗ	T^{-1}	ਪਰਿਸੰਚਰਣ ਜਾਂ ਪਰਿਚਲਨ (ਪਨਗਤਿਕੀ)	L^2T^{-1}
ਕੋਣਿਕ ਪ੍ਰਵੇਗ	T^{-2}	ਸ਼ਯਾਨਤਾ	$ML^{-1}T^{-1}$
ਖੇਤਰਫਲ	L^2	ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ	L^2T^{-1}
ਆਇਤਨ ਅਤੇ ਪਹਿਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਆਘੂਰਣ	L^3	ਵਿਸਰਣਸ਼ੀਲਤਾ (ਕਿਸੇ ਵੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ)	L^2T^{-1}
ਦੂਜਾ ਖੇਤਰਫਲ ਆਘੂਰਣ	L^4	ਘਸਰਣ ਗੁਣਾਂਕ (ਠੋਸ ਦਾ)	$M^0L^0T^0$
ਘਣਤਾ	ML^{-3}	ਪੁਨਰਸਥਾਪਨ ਗੁਣਾਂਕ	$M^0L^0T^0$

11 ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤਾਂ

ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਦ੍ਰਵ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਸਤਹ (ਪਿੰਡ) ਉੱਪਰ ਦੀ ਵਹਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਵੇਗ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਅਵਸਥਾ ਨੂੰ 'ਅਸਰਕਣ' ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ ਜਾਂ ਸਥਿਤੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਦ੍ਰਵ ਕਣ ਸਤਹ ਤੋਂ ਸਿਰਕਦੇ ਨਹੀ ਬਲਕਿ ਇਸ ਨਾਲ ਚਿਪਕੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਸਤਹ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਦੂਰੀ ਨਾਲ ਵੇਗ ਵਧਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਖਰ ਨੂੰ ਨਿਰਬਾਧ ਧਾਰਾ ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਤਹ ਦੇ ਨੇੜੇ ਇੱਕ ਖੰਡ ਕਾਇਮ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵੇਗ, ਸਤਹ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਨਾਲ ਤਬਦੀਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਖੰਡ ਨੂੰ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਖੰਡ ਦੇ ਅੰਦਰ ਵਹਿੰਦੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਹਰੇਕ ਪਰਤ ਦੂਸਰੀ ਲਾਗਲੀ ਪਰਤ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਚਲਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਅੰਦਰ 'ਕਤਰਨੀ ਤਣਾਅ' ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵਧ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਪਛਾਣਦੇ ਹੋਏ, 'ਨੇਸ' ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਸੰਨਿਕਰਖਣ (ਸਨਿਕਟਨ ਜਾਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ) ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਦਾ ਮਹੱਤਵ ਸਿਰਫ ਇਸ ਪਰਤ ਅੰਦਰ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਬਾਹਰ ਵਹਾਉ ਨੂੰ ਅਸ਼ਯਾਨ (ਅਰਥਾਤ, $\mu = 0$) ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

11.1 ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤਾਂ ਦੇ ਭੌਤਿਕ ਲੱਛਣ

ਦੋ-ਵਿਮੀ ਵਾਯੂਪੱਤਰੀ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਵਾਹ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 24** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੂਹਰਲੇ ਹਿੱਸੇ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਬੜਾ ਧੀਮਾ ਅਤੇ ਮਧੁਰ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ ਪੱਤਰੀ ਦੀ ਸਤਹ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹਨ। ਇਸ 'ਤੈਹਦਾਰ' ਖੇਤਰ ਨੂੰ 'ਤੈਹਦਾਰ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਜਿਵੇਂ ਜਿਵੇਂ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਪੂਛਲ ਸਿਰੇ ਵਲ ਵਧਦਾ ਹੈ, ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ ਟੁੱਟਣ ਲਗਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਵੇਗ, ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿੱਚ ਬੇਤਰਤੀਬੀ ਉੱਚਾਵੱਚ (ਉਤਾਰ ਚੜ੍ਹਾ) ਪੈਦਾ ਹੋਣ ਲਗਦਾ ਹੈ ਭਾਵੇਂ ਕਿ ਔਸਤ ਗਤੀ ਲਗ ਪਗ ਸਤਹ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਖੇਤਰ ਨੂੰ 'ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਕਾਰਨਾ ਕਰਕੇ 'ਤੈਹਦਾਰ' ਅਤੇ 'ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ' ਪਰਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ-ਰੁਖ ਕਾਫੀ ਅਲਗ ਅਲਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਾਯੂਪੱਤਰੀ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਜੁਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਥੱਲੇ ਅਤੇ ਉੱਪਰਲੇ ਪ੍ਰਵਾਹੀ ਦੌਰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਵਿਲੀਨ ਹੋ ਕੇ ਧੀਮੇ ਪੈ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਘੋਲ-ਮੇਲ ਨਾਲ ਖਲਬਲੀ ਵਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਭਾਵ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ-ਤੀਬਰਤਾ ਹੋਰ ਵੀ ਤਿੱਖੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ, ਵਾਯੂਪੱਤਰੀ ਦੇ ਪਿਛਾੜੀ, ਖਲਬਲੀ ਵਾਲੇ ਖੇਤਰ ਨੂੰ 'ਅਨੁਜਲ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਅਨੁਜਲ: ਕਿਸੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਜਾਂ ਗਤੀਹੀਣ ਕੁੰਠਿਤ (ਖੁੰਢਾ) ਪਿੰਡ ਦੇ ਪਿਛੋਕੜ ਵਿਚਲੇ ਘੁੰਮਣਘੇਰੀ ਦੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਖੇਤਰ ਨੂੰ 'ਅਨੁਜਲ' ਖੇਤਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਕਾਰਨ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਥੱਲੇ ਦੇ ਦਬਾਅੰਤਰ ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਵ ਦੇ ਅਸਰ ਆਦਿ ਹਨ। ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ, ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਤਹ ਨਾਲੋ ਜੁਦਾ ਹੋ ਕੇ ਖਲਬਲੀ ਵਾਲੇ 'ਅਨੁਜਲ' ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਪਦ ਸਮੁੰਦਰੀ ਜਹਾਜ਼ ਦੇ ਪਿੱਛੇ ਹਲਚਲ ਵਾਲੇ ਪਾਣੀ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਨੁਜਲ = ਅਨੁ (ਪਿੱਛੇ) + ਜਲ (ਪਾਣੀ)।

ਸਮਤਲ (ਚਪਟੀ) ਪੱਤਰੀ ਉੱਪਰ ਮਾਪਿਆ ਵੇਗ-ਰੁਖ, **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 25** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਵੇਗ ਪ੍ਰਵਣਤਾ ($\partial u/\partial y$) ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ, ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਲਈ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵੱਡੀ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਜ਼ਾਹਰ ਹੈ ਕਿ ਪੱਤਰੀ ਦੀ ਸਤਹ 'ਤੇ ਘਰਸਣ ਤਣਾ, τ_w, ਅਰਥਾਰ ਘਿਸਰਨ ਬਲ (drag), ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਲਈ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨਾਲੋਂ ਕਾਫੀ ਵੱਡਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ,

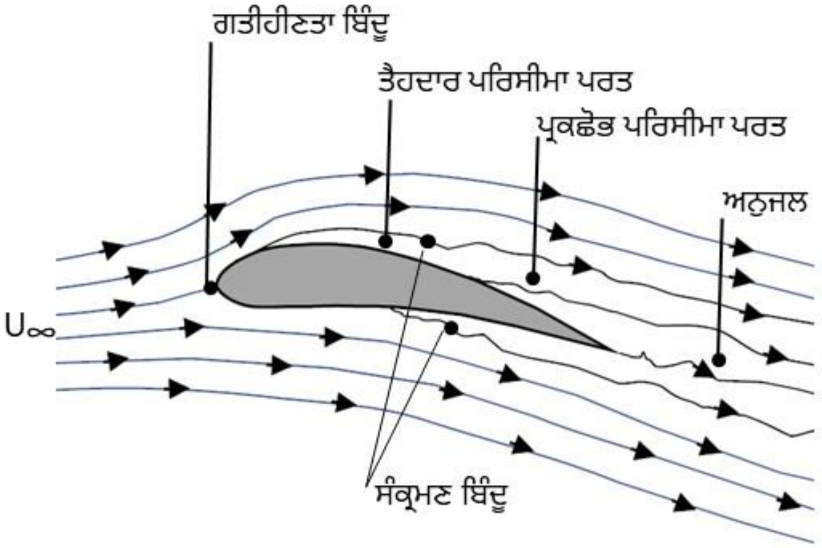
$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{114}$$

ਜਿਵੇਂ ਹਿਠਾਣ (ਹਿਠਾਣ - ਵਹਾਉ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਲ, ਉਠਾਣ- ਵਹਾਉ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਲ) ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਤਹ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਦਬਾ ਵਧਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਵੇਂ ਹੀ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ $\partial p/\partial x$ ਵਧਦਾ ਅਤੇ $\partial u/\partial y$ ਘਟਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾਬ ਪ੍ਰਵਣਤਾ ਦੇ ਹੋਰ ਵਧਣ ਨਾਲ ਇੱਕ ਐਸੀ ਅਵਸਥਾ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਸਤਹ ਉੱਪਰ $\partial u/\partial y$ ਘਟ ਕੇ ਸਿਫਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਸਤਹ ਦੇ ਲਾਗਲਾ ਪ੍ਰਰਵਾਹ ਆਪਣੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿਪਰੀਤ (ਉਲਟ) ਕਰਨ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਨੂੰ ਵਿਯੋਗ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਗਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਪ੍ਰਵਾਹ ਸਤਹ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਜੁਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 26** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

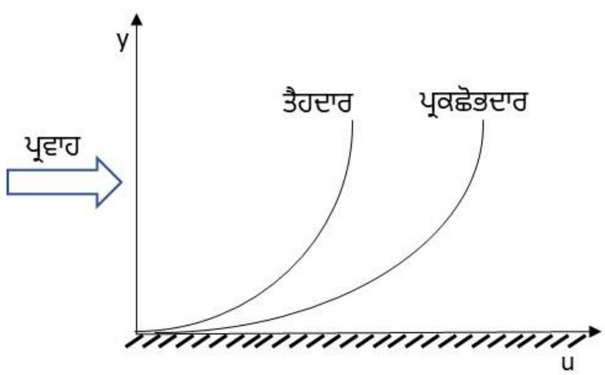
ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਵਿਯੋਗ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹਿਠਾਣ ਵਲ, ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਵੇਗ ਪ੍ਰਵਣਤਾ ($\partial u/\partial y < 0$) ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਰਿਣਾਤਮਕ (-ਮਕ) ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਦਾ ਅੰਦਰਲਾ ਭਾਗ ਮੁੱਖ ਧਾਰਾ ਦੇ ਉਲਟ ਵਹਿਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਉਲਟ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਕਾਰਨ ਬਾਹਰੀ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਦੇ ਥੱਲੇ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਵੱਡਾ ਭੰਵਰ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪ੍ਰਵਾਹ-ਊਰਜਾ ਲੈ ਤੁਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ ਪੱਤਰੀ ਉੱਪਰ 'ਘਿਸਰਨ ਬਲ' ਵਧ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਘਿਸਰਨ ਬਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਵਹਾਉ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵੇਗ ਘਟਦਾ ਹੈ।

ਉਹ ਪਿੰਡ (ਠੋਸ ਵਸਤੂ) ਜਿਸ ਉੱਪਰ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਕਾਫੀ ਵਿਸਤਰਤ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਉਸ ਦੇ 'ਅਨੁਜਲ' ਵਿੱਚ ਵੱਡੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਭੰਵਰ ਮੌਜੂਦ ਹੋਣ ਉਸ ਨੂੰ 'ਸਥੂਲ ਪਿੰਡ' (ਖੁੰਢਾ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਤਰ ਮਾਣਸ-ਹੱਥੀਂ ਬਣਾਈਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ 'ਸਥੂਲ ਪਿੰਡ' ਹੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਅਤੇ ਗੋਲਾਕਾਰ ਪਿੰਡ ਆਦਿ। ਇਸ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਜਿਸ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਤਹ, ਜਿੰਨਾ ਹੋ ਸਕੇ, ਵਹਾਓ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਦੀ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ 'ਸੁਪ੍ਰਵਾਹੀ' ਜਾਂ 'ਸੁਵਾਹੀ' ਪਿੰਡ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਐਸੇ ਪਿੰਡਾਂ ਉੱਪਰ ਵਹਾਓ ਦੇ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਹੋਇਆ ਅਨੁਜਲ ਖੇਤਰ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਭੰਵਰਾਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵੀ ਛੋਟੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਸ ਕਰਕੇ 'ਘਿਸਰਨ' ਬਲ' ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੌੜ ਪ੍ਰਤਿਯੋਗਤਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਕਾਰਾਂ ਅਤੇ ਵਾਯੂਵਿਮਾਨ (ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼) ਸੁਪ੍ਰਵਾਹੀ ਪਿੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਉਦਾਹਰਣਾ ਹਨ।

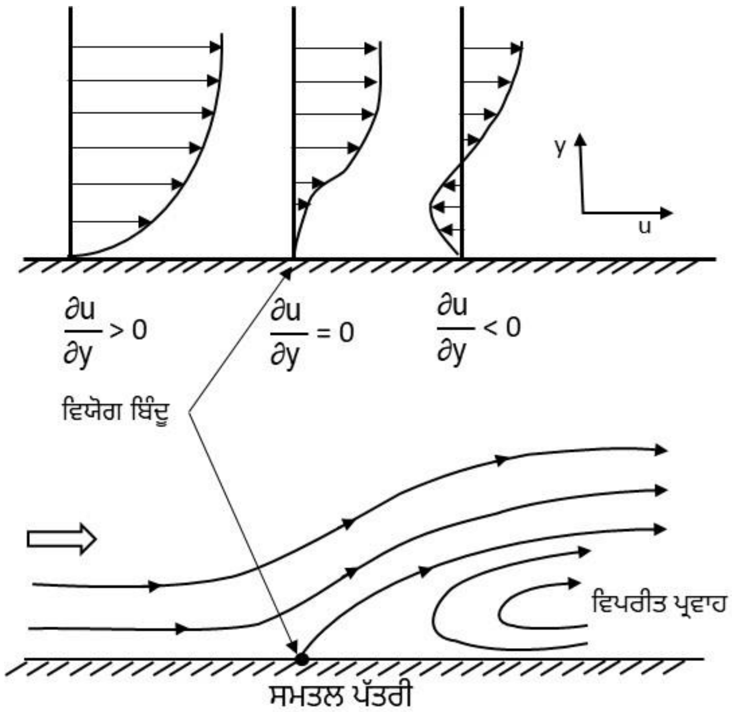
ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਹਾਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪਿੰਡਾਂ ਉੱਪਰ 'ਘਿਸਰਨ' ਬਲ' ਕਾਫੀ ਅਲਗ ਅਲਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਮੁੱਖ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਪਿੰਡਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਨਿਖੇੜਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਥੂਲ ਪਿੰਡ ਦੇ ਅਨੁਜਲ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵੱਡੇ ਭੰਵਰਾਂ ਰਾਹੀਂ ਊਰਜਾ ਦਾ ਜ਼ਾਇਆ ਹੋਣਾ ਘਿਸਰਨ ਬਲ ਦੇ ਵਧਣ ਦਾ ਵੱਡਾ ਕਾਰਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਸੁਪ੍ਰਵਾਹੀ ਪਿੰਡਾਂ ਦੇ ਭੰਵਰ ਛੋਟੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਊਰਜਾ ਵੀ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਜ਼ਾਇਆ ਹੁੰਦੀ ਜਿਸ ਕਰਕੇ ਘਿਸਰਨ ਬਲ ਵੀ ਘਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਘਿਸਰਨ ਬਲ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਤਲ ਉੱਪਰ ਦਬਾ ਮਾਪ ਕੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



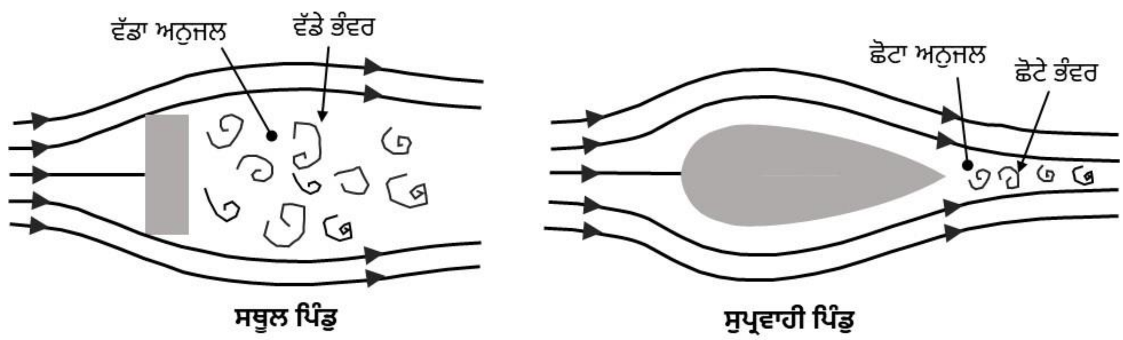
ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 24: ਦੋ-ਵਿਮੀ ਵਾਯੂਪੱਤਰੀ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਵਾਹ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 25: ਸਮਤਲ ਪੱਤਰੀ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਵੇਗ ਰੁਖ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 26: ਸਮਤਲ ਪੱਤਰੀ ਉੱਪਰ ਵਿਯੋਗਿਕ ਪ੍ਰਵਾਹ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 27: ਸਥੂਲ ਪਿੰਡ ਅਤੇ ਸੁਪ੍ਰਵਾਹੀ ਪਿੰਡ ਉੱਪਰ ਵਹੀਉ

11.2 ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੋਟਾਈ

ਕਿਸੇ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਾ ਵਿਚਲਣ ਪਿੰਡ ਦੇ ਤਲ ਉੱਪਰ ਸਿਫਰ ($u_{y=0} = 0$) ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ, ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੇ ਬਾਹਰ ਮੁਕਤ-ਧਾਰਾ ਦੇ ਵੇਗ (ਨਿਰਬਾਧ ਵਹਾਓ ਦਾ ਵੇਗ), U_∞, ਤੱਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੋਟਾਈ, δ, ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਤਹ ਤੋਂ ਉਹ ਦੂਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਮੁਕਤ-ਧਾਰਾ ਦੇ ਵੇਗ ਦਾ 99% ਅਨੁਪਾਤ ਪਹੁੰਚ ਗਿਆ ਹੋਵੇ, ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 28** (a), (ਅਰਥਾਤ, $y = \delta$ 'ਤੇ $u_\delta = 0.99\ U_\infty$)।

ਇੱਕ ਹੋਰ ਮਾਤਰਾ, ਵਿਸਥਾਪਨ ਮੋਟਾਈ (ਥਾਂ-ਬਦਲੀ ਮੋਟਾਈ), δ^*, ਵੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਉਹ ਦੂਰੀ ਹੈ ਜਿਸ ਰਾਹੀਂ ਬਾਹਰੀ 'ਵਿਭਵ-ਪ੍ਰਵਾਹ' ਦਾ ਖੇਤਰ, ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਘਟਣ ਕਰਕੇ, ਬਾਹਰ ਵਲ ਵਿਸਥਾਪਿਤ (ਸਰਕ) ਹੋ ਗਿਆ ਹੋਵੇ। **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 28** (b), ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਕਾਰਨ, ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਰ ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਆਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਪਿੰਡ ਦੀ ਸਤਹ ਵਲ ਨੂੰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਵੇਗ ਘਟਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕਮੀ ਖੇਤਰਫਲ, A, ਦੁਆਰਾ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਜੇਕਰ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਨਾ ਹੁੰਦਾ (ਭਾਵ ਅਸ਼ਯਾਨ ਪ੍ਰਵਾਹ) ਤਾਂ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੀ ਦਰ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਮੀ ਨਹੀ ਸੀ ਆਉਣੀ। ਇਸ ਲਈ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਰ ਦੀ ਕਮੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸ਼ਯਾਨ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵਲ (δ^*) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿਸਕਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕਿ ਛਾਇਆ ਕੀਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ (**ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 28** (b) ਅਤੇ (c) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ)। ਇਸ ਦੂਰੀ ਨੂੰ 'ਵਿਸਥਾਪਨ ਮੋਟਾਈ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਹੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\delta^* = \int_{y=0}^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy \tag{115}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਵੇਗ ਮੋਟਾਈ, θ, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

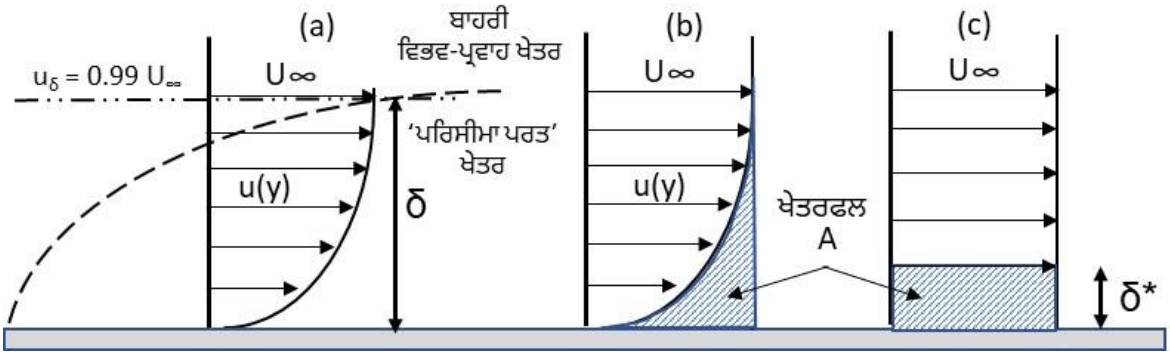
$$\theta = \int_{y=0}^{\infty} \frac{u}{U_\infty}\left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy \tag{116}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਫ ਜ਼ਾਹਰ ਹੈ ਕਿ, $\rho U_\infty^2\theta$, ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਨਾ ਹੋਣ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਹਿਣ ਦੇ ਦਰ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਪਰਿਵਹਿਣ ਦੇ ਦਰ ਦੀ ਕਮੀ ਨੂੰ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਊਰਜਾ ਮੋਟਾਈ, δ_E, ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\delta_E = \int_{y=0}^{\infty} \frac{u}{U_\infty}\left[1 - \left(\frac{u}{U_\infty}\right)^2\right] dy \tag{117}$$

ਰਾਸ਼ੀ $\rho U_\infty^3\delta_E/2$ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਨਾ ਹੋਣ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਪਰਿਵਹਿਣ ਦੇ ਦਰ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ ਗਤਿਜ ਊਰਜਾ ਪਰਿਵਹਿਣ ਦੇ ਦਰ ਦੀ ਕਮੀ ਨੂੰ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 28: ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੋਟਾਈ

12 ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀਆਂ ਅਤੇ ਬਾਹਿਨੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ

ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਖੇਤਰਫਲ ਵਾਲੀ ਗੋਲ ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਤੈਹਦਾਰ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੇ ਵਿਕਾਸ ਦੀ ਰੂਪ ਰੇਖਾ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 29** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਇਕਸਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦੀ ਮੋਟਾਈ ਬਹੁਤ ਥੋੜ੍ਹੀ ਅਤੇ ਕੰਧ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੈ। ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਦੇ ਆਰ-ਪਾਰ ਦਾ ਵੇਗ-ਦਿਖ ਹਿਠਾਣ ਵਲ ਲਗਾਤਾਰ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕੰਧ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਵੇਂ ਇਸ ਵ੍ਰਿਧੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕੇਂਦਰੀ ਖੇਤਰ ਦਾ ਵੇਗ ਵਧਣ ਲਗਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਸੰਤਤਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ ਲਾਗੂ ਹੋਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ। ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਤੋਂ ਕੁੱਝ ਦੂਰੀ ‘ਤੇ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਵਿਲੀਨ ਹੋਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ‘ਪੂਰਨ ਵਿਕਸਿਤ’ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੂਰੀ ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਵਲ ਵੇਗ ਦਿਖ ਨਹੀ ਬਦਲਦਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਪੂਰਨ ਵਿਕਸਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਿਖ ਇਕ ਸਮਾਨ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਦੀ ਸਤਹ ‘ਤੇ ਘਿਸਰਨ ਬਲ ਨਿਰਾ ਪੁਰਾ ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ ਚਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ‘ਦਾਬ ਪ੍ਰਵਣਤਾ’ ਕਾਰਨ ਉੱਤਪੰਨ ਹੋਏ ਬਲ ਨੂੰ ਸੰਤੁਲਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

12.1 ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਤੈਹਦਾਰ ਵਹਾਉ

ਪੱਧਰੇ ਤਲ ਵਾਲੀ ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਵਿਕਸਿਤ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨਾਲ ਦ੍ਰਵ, ਦਾਬ-ਪ੍ਰਵਣਤਾ ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਅੱਗੇ ਚਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਘਿਸਰਨ ਬਲ ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਹੌਲੀ (ਮੰਦਿਤ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 30**।

x–ਦਿਸ਼ਾ (ਯਕਸ਼) ਵਿੱਚ ਸਮਤੁਲਤਾ ਲਈ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਦਾਬ ਬਲ, ਕਤਰਨੀ ਬਲ ਨੂੰ ਸਮਤੁਲ ਰੱਖੇ, ਅਰਥਾਤ,

$$2\pi yl.\tau = (p_2 - p_1)\,\pi y^2 \tag{118}$$

ਜਦ ਕਿ ਕਤਰਨੀ ਤਣਾਅ,

$$\tau = -\mu\,\frac{du}{dy} \tag{119}$$

ਇਸ ਲਈ,

$$\frac{du}{dy} = -\frac{(p_2 - p_1)}{\mu l}.\frac{y}{2} \tag{120}$$

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਵੇਗ, u, ਲਈ ਸਮਾਕਲਨ ਕਰਕੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ,

$$u(y) = \frac{(p_1 - p_2)}{\mu l}.\left(C - \frac{y^2}{4}\right) \tag{121}$$

ਸਮਾਕਲਨ ਦਾ ਸਥਿਰਅੰਕ, C, ਦਾ ਮਾਨ ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਦੀ ਕੰਧ ‘ਤੇ ‘ਸਰਕਣਹੀਣ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ’ ਦੀ ਅਵਸਥਾ ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਹਾਸਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਉਂ,

$y = R$ ‘ਤੇ $u = 0$, ਤਾਂ ਫਿਰ $C = R^2/4$, ਇਸ ਲਈ,

$$u(y) = \frac{(p_1 - p_2)}{\mu l}.(R^2 - y^2) \tag{122}$$

ਇਹ ਸਮੀਕਰਣ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ, ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਦੇ ਵਿਆਸ ਉੱਪਰ ਇਕੇਂਦਰਿਤ ਆਕਾਰ (ਪੈਰਾਬੋਲਾ) ਵਿੱਚ ਵਿਸਤਾਰਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਨਤੀਜੇ ‘ਤੇ ਅਸੀਂ ਵਿਮੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦੁਆਰਾ (ਦੇਖੇ ਭਾਗ 10.3) ਅਤੇ ਬਰਨੂਲੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦੁਆਰਾ ਵੀ ਪਹੁੰਚੇ ਹਾਂ (ਦੇਖੇ ਭਾਗ 6.1)।

ਪ੍ਰਨਾਲ਼ੀ ਦੀ ਮੱਧਰੇਖਾ ‘ਤੇ (ਅਰਥਾਤ $y = 0$) ਅਧਿਕਤਮ ਵੇਗ, u_{max}, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

$$u_{max} = \frac{(p_1 - p_2)}{4\mu l}.R^2 \tag{123}$$

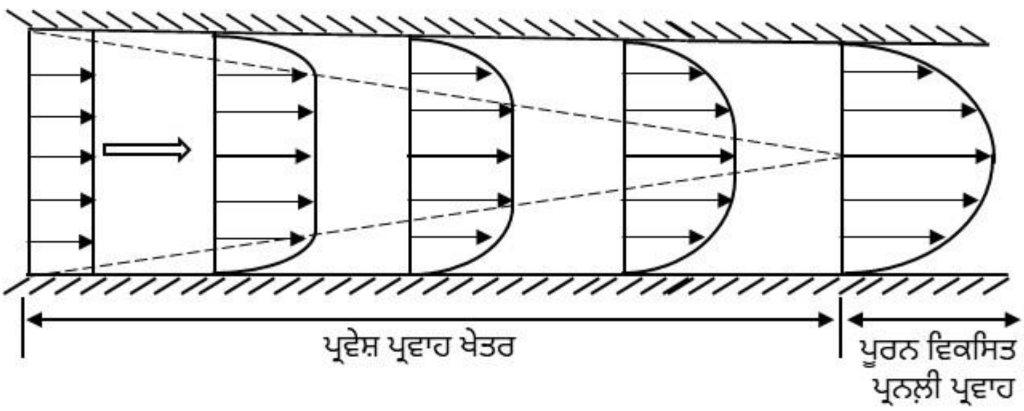
ਆਇਤਨ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਰ ਪ੍ਰਤੀ ਇਕਾਈ ਕਾਲ, Q, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

$$Q = \frac{\pi}{2} R^2 u_{max} = \pi R^4 \frac{(p_1 - p_2)}{8\mu l}. \quad (124)$$

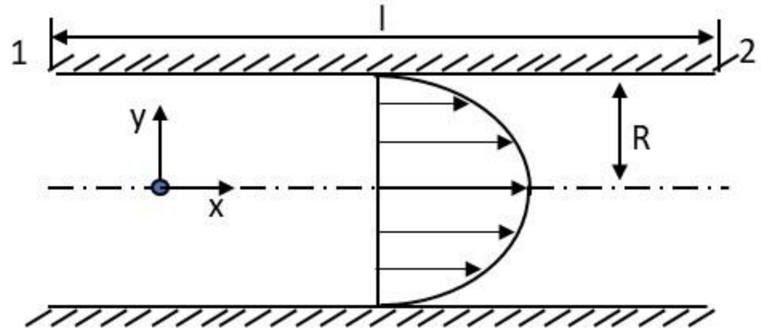
ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਇਵੇਂ ਹੈ,

$$\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2} \quad (125)$$

Q ਦੇ ਪ੍ਰਗਟਾਉ ਨੂੰ ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਥਾਣੀਂ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ ਹੇਗਨ-ਪੋਆਇਸਿਲ (Hagen-Poiseuille) ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਗਟਾਉ ਤਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਮਾਣਕ ਹੈ ਜੇਕਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਰੇਨਾਲਡਜ਼ ਨੰਬਰ (Re), ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਕ੍ਰਾਂਤਿਕ ਨੰਬਰ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ (ਅਰਥਾਤ $\bar{u}d/\nu \leq 2300$, $d = 2R$ ਦੇ ਨਾਲ)।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 29: ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਤੈਹਦਾਰ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਦਾ ਵਿਕਾਸ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 30: ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਵਿਕਸਿਤ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ

12.2 ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ ਵਹਾਉ

ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਵਿਕਸਿਤ ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ (ਖਲਬਲੀ ਵਾਲਾ) ਵਾਯੂ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਵੇਗ ਦਿੱਖ ਮਾਪਣ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਦਿੱਖ ਨਾਲੋਂ ਕਾਫੀ ਭਿੰਨ ਹੈ, ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 31**। ਇਹ ਭਿੰਨਤਾ ਇਸ ਲਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪਰਤ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਪਰਤ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਵਟਾਂਦਰਾ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਵਾਧੂ ਕਤਰਨੀ ਤਣਾਅ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ ਕਤਰਨੀ ਤਣਾਅ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ,

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{d\bar{u}}{dy} + \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (126)$$

ਜਿੱਥੇ,

ν = ਸ਼ੁੱਧ ਗਤਿਜ ਸ਼ਯਾਨਤਾ,

ε = ਭੰਵਰ ਸ਼ਯਾਨਤਾ,

$\bar{u}$ = ਔਸਤ ਜਾਂ ਮੱਧਮਾਨ ਵੇਗ।

ਇਕਸਾਰ ਪੱਧਰੇ ਤਲ ਵਾਲੀ ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਲਈ, ε, ਲਗ ਪਗ ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਨਿਕੁਰਾਡਸੇ (Nikuradse) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਪ੍ਰਾਯੋਗਿਕ ਮਾਪਣਾਂ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਤਿੰਨ ਅੱਡ ਅੱਡ ਖੇਤਰ ਪਛਾਣੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 32**। ਇਸ ਨੂੰ ਘਸਰਣ ਜਾਂ ਕਤਰਨ ਵੇਗ, U_*, ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਅਭਿਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਵੇਂ ਹੈ,

$$U_* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{1/2} \tag{127}$$

ਸਤਹ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਨੇੜੇ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵੇਗ, ਤ੍ਰਿਜਯਾ (ਕਿਰਨਮਈ) ਦੂਰੀ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ; ਇਹ ਦੂਰੀ, y, ਕੰਧ ਦੀ ਸਤਹ ਤੋਂ ਮਾਪੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

$$\frac{u}{U_*} = \frac{y\,U_*}{\nu} \tag{128}$$

ਇਸ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਤੈਹਦਾਰ ਉਪ-ਪਰਤ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ,

$$\mu\,\frac{d\bar{u}}{dy} \gg \varepsilon\,\frac{du}{dy} \tag{129}$$

ਸੰਕ੍ਰਮਣ ਉਭਯਤ੍ਰ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ‘ਪ੍ਰਕਛੋਭ ਘਸਰਣ’ ਅਤੇ ‘ਤੈਹਦਾਰ ਘਸਰਣ’ ਲਗ ਪਗ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਪਰਿਮਾਣ ਕੋਟਿ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਪਰਾਸ (ਦਾਇਰਾ) ਲਈ ਸੱਚ ਸਥਾਪਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ,

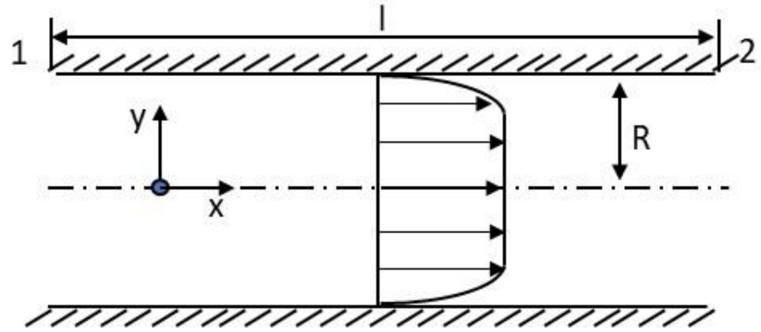
$$5 < \frac{y\,U_*}{\nu} < 70 \tag{130}$$

ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਤੈਹਦਾਰ ਯੋਗਦਾਨ, ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਘਸਰਣ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਨਾਂ-ਮਾਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਵੇਂ ਉਸ ਵੇਲੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ,

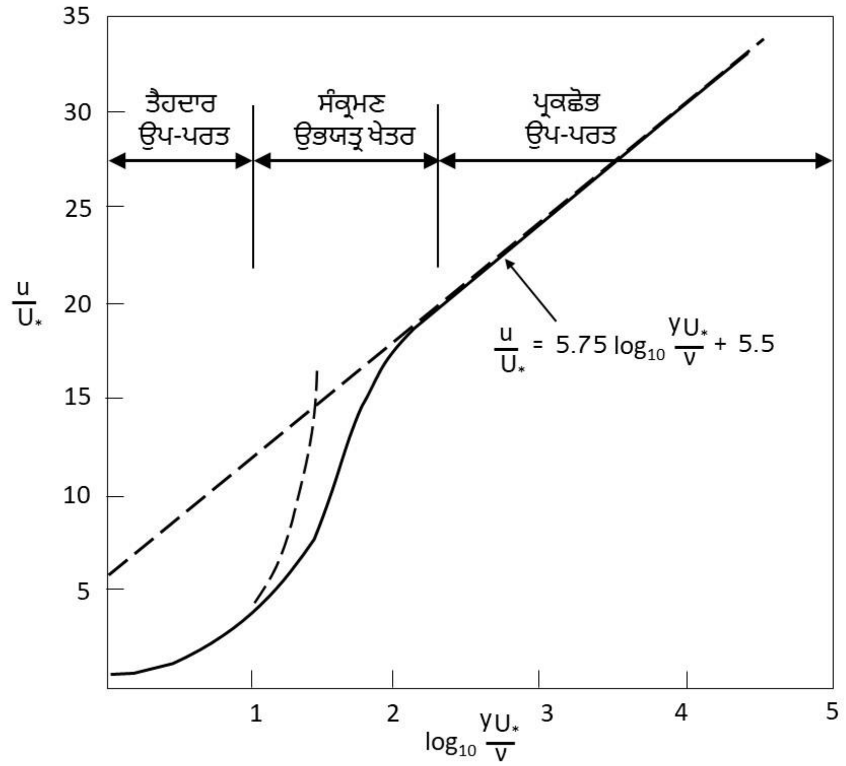
$$\frac{y\,U_*}{\nu} \gg 70 \tag{131}$$

ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ, ਵੇਗ ਦਿੱਖ ਲਈ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਅਰਧ ਅਨੁਭਵ-ਸਿੱਧ ਸੰਬੰਧ ਵੈਧ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਾਫੀ ਹੱਦ ਤੱਕ ਸਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਭੰਵਰ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਦਾ ਅੰਗਦਾਨ ਵੀ ਕਾਫੀ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

$$\frac{\bar{u}(y)}{U_*} = 5.75\,log_{10}\left(\frac{y\,U_*}{\nu}\right) + 5.5 \tag{132}$$



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 31: ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਵੇਗ ਦਿੱਖ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 32: ਪ੍ਰਨਲ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਛੋਭਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਮਾਪਣ (ਨਿਕੁਰਾਡਸੇ)

12.3 ਬਾਹਿਨੀ ਪ੍ਰਵਾਹ

ਕਿਸੇ ਨਾਲ਼ੀ, ਨੜੀ, ਸੁਰੰਗ, ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਜਾਂ ਨਹਿਰ, ਜਿਸ ਰਾਹੀਂ ਤਰਲ ਜਾਂ ਗੈਸ ਲੈ ਜਾਇਆ ਜਾਵੇ, ਉਸ ਨੂੰ ਬਾਹਿਨੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਇਮਾਰਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਾਤਾਵਰਣ ਨੂੰ ਸਹੀ ਰੱਖਣ ਲਈ ਇਮਾਰਤ ਵਿਚਲੀ ਹਵਾਂ ਨੂੰ ਥਾਂ ਥਾਂ ਵਰਤਾਉਣ ਲਈ ਬਾਹਿਨੀਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਜੋ ਮੁੱਖ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਜਾਂ ਆਇਤਕਾਰ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਖੇਤਰ ਵਾਲੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ (ਦੇਖੇ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 33**)।

ਅਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਵਾਲੀਆਂ ਬਾਹਿਨੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਅਨਵੇਸ਼ਣ ਲਈ ਇੱਕ ਪਰਿਮਿਤਿ (ਪ੍ਰਾਚਲ) ਦ੍ਰਵੀ ਤ੍ਰਿਜਜਾ (ਜਾਂ ਦ੍ਰਵੀ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ), R_h, ਇਵੇਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$R_h = \frac{2A}{C} \tag{133}$$

ਜਿੱਥੇ, A ਬਾਹਿਨੀ ਦਾ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ C ਇਸ ਦਾ ‘ਗਿੱਲਾ’ ਪਰਿਮਾਪ (ਘੇਰਾ) ਹੈ।

ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ‘ਗਿੱਲਾ’ ਪਰਿਮਾਪ, ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 33: ਇਮਾਰਤਾਂ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਵਰਤਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਵਾਯੂ ਬਾਹਿਨੀਆਂ

12.3.1 ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ

ਕਿਸੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੇ ਪਾਈਪ ਲਈ ਘਸਰਨ ਗੁਣਾਂਕ, λ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\lambda = \frac{\Delta p}{L} . \frac{d}{(1/2)\rho \bar{u}^{\,2}} \tag{134}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੇ ਪਾਈਪ ਲਈ, ਦ੍ਰਵੀ ਤ੍ਰਿਜਜਾ ‘ਤੇ ਆਧਾਰਤ, ਘਸਰਨ ਗੁਣਾਂਕ, λ’, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ,

$$\lambda' = \frac{\Delta p}{L} . \frac{R_h}{(1/2)\rho \bar{u}^{\,2}} \tag{135}$$

ਜਿੱਥੇ,

d = ਪਾਈਪ ਦਾ ਵਿਆਸ,

L = ਪਾਈਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ,

Δp = ਦਬਾ ਅੰਤਰ ($p_1 – p_2$),

ਕਿਸੇ ਵੀ ਅਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕਾਰ ਲਈ ਘਸਰਨ ਗੁਣਾਂਕ ਅਤੇ ਰੇਨਾਲਡਜ਼ ਨੰਬਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ,

$$\lambda' = \lambda\, C_1 \tag{136}$$

ਜਿੱਥੇ C_1 ਬਾਹਿਨੀ ਦੀ ਜਿਆਮਿਤੀ ਦਾ ਫਲਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ, λ, ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਈਪ ਦਾ ਘਸਰਨ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਰੇਨਾਲਡਜ਼ ਨੰਬਰ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ, ਅਰਥਾਤ, $Re = u\, R_h/v$। ਆਇਤਾਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੇ ਬਾਹਿਨੀ ਲਈ, C_1 ਦੇ ਮਾਨ **ਸਾਰਣੀ 5** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।

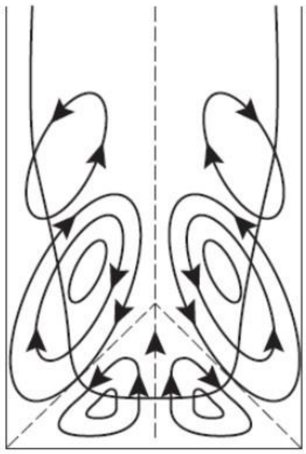
ਸਾਰਣੀ 5: ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਾਹਿਨੀ ਵਿੱਚ ਦੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਲਈ C_1

b/a	C_1
0.0	1.50
0.05	1.40
0.10	1.32
0.12	1.28
0.16	1.23
0.25	1.14
0.40	1.02
0.50	0.97
0.75	0.90
1.00	0.89
a = ਬਾਹਿਨੀ ਦੀ ਚੌੜਾਈ, b = ਬਾਹਿਨੀ ਦੀ ਉਚਾਈ	

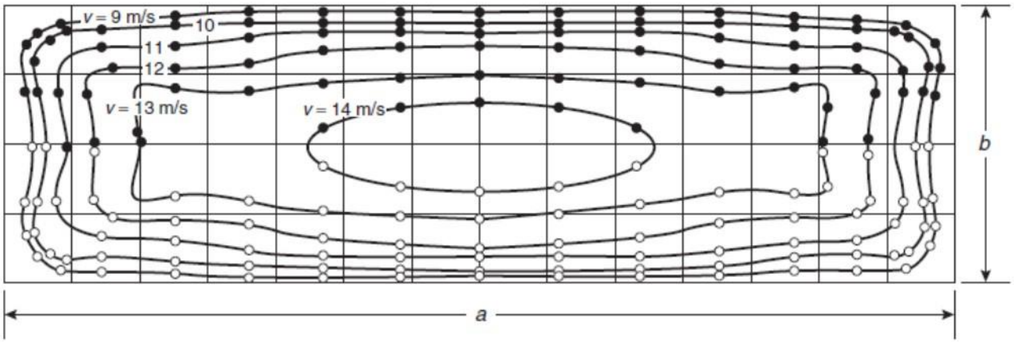
12.3.2 ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ

ਅਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਵਾਲੇ ਬਾਹਿਨੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵਾਹ ਮਾਪ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਤਿੱਖੇ ਕੋਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਤੁਲਨਾਤਮਕ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਕਾਫੀ ਵੱਡੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵਾਧਾ ਉਪ-ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਾਰਨ ਪੈਦਾ ਹੋਣ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਉੱਚਾਵੱਚ ਵੇਗ ਦੇ ਤਿੰਨੇ ਅੰਸ਼ ਗੈਰ-ਸਿਫਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਤੈਹਦਾਰ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਨਹੀ ਹੁੰਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਐਸੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵਿੱਚ ਉੱਚਾਵੱਚ ਵੇਗ ਅੰਸ਼ ਨਹੀ ਹੁੰਦੇ। ਇਹ ਉਪ-ਪ੍ਰਵਾਹ ਨਿਰੰਤਰ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਸੰਵੇਗ ਨੂੰ ਬਾਹਿਨੀ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਕੋਨਿਆਂ ਵਲ ਨੂੰ ਲੈ ਜਾਂਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ (ਪਰਿਵਹਿਣ) ਜਿਸ ਕਰਕੇ ਕੋਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਕਾਫੀ ਵੱਧ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 34** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਨਿਕੁਰਾਡਸੇ ਦੁਆਰਾ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਾਹਿਨੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਵੇਗ ਮਾਪ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 35** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 34: ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਾਹਿਨੀ ਦੇ ਕੋਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਉਪ-ਪ੍ਰਵਾਹ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 35: ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਾਹਿਨੀ ਵਿੱਚ ਅਕਸ਼ਮਈ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਵੇਗ ਦਿੱਖ

13 ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਪੌਣ ਦੇ ਲੱਛਣ

ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਹਵਾ ਵਿੱਚ ਮਾਨਵ-ਉਸਾਰੇ ਢਾਂਚੇ ਅਤੇ ਸੰਰਚਨਾਵਾਂ (ਜਿਵੇਂ ਉੱਚੀਆਂ ਲੰਬੀਆਂ ਇਮਾਰਤਾਂ, ਉੱਚੇ ਲੰਬੇ ਪੁਲ, ਉਦਯੋਗਿਕ ਚਿਮਨੀਆਂ ਆਦਿ) ਲਈ ਪੌਣ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ (ਪ੍ਰੇਰਿਤ) ਵਹਾਉ ਕਾਫੀ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦੇ ਹਨ। ਵਾਤਾਵਰਣ ਪ੍ਰਦੂਸ਼ਣ ਫੈਲਣ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਝੱਖੜਾਂ ਅਤੇ ਹਨੇਰੀਆਂ ਕਾਰਨ ਪੁਲਾਂ ਅਤੇ ਇਮਾਰਤਾਂ ਦੇ ਢਹਿ ਜਾਣ ਦੀਆਂ ਅਣ-ਸੁਖਾਵੀਆਂ ਦੁਰਘਟਨਾਵਾਂ ਅਕਸਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਰਹਿੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਰਨ ਸਿਰਫ ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਹਵਾਵਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ‘ਬਲ’ ਅਤੇ ‘ਦਬਾ’ ਹੀ ਨਹੀ ਹੁੰਦੇ ਬਲਕਿ ਸੰਰਚਨਾਵਾਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਡੀਜ਼ਾਈਨ ਵੀ ਬੜੀ ਨਿਰਣਾਇਕ ਭੂਮਿਕਾ ਨਿਭਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਕਈ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਅਮਰੀਕਾ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਟਾਕੋਮਾ ਨੈਰੋਜ਼ ਨਿਲੰਬਿਤ ਪੁਲ (Tacoma Narrows) ਦੁਰਘਟਨਾ (ਸੰਨ 1940) ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਕਾਫੀ ਵਰਣਨਯੋਗ ਹੈ।

ਮੁੱਖ ਤੌਰ ‘ਤੇ ਇਹ ਪੁਲ ਮੋਟੀਆਂ ਲੋਹੇ ਦੀਆਂ ‘ਰੱਸੀਆਂ’ ਨਾਲ ਦੋ ਆਰ-ਪਾਰ ਦੇ ਥੱਮਲਿਆਂ ਨਾਲ ਹਵਾ ਵਿੱਚ ਲਟਕਾਇਆ ਹੋਇਆ ਸੀ। ਇਹ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵੇਲਿਆਂ ਦਾ ਆਪਣੀ ਕਿਸਮ ਦਾ ਨਵਾਂ ਉੱਚ ਕੋਟੀ ਦੇ ਡੀਜ਼ਾਈਨ ਦਾ ਪੁਲ ਸੀ। ਪਰ ਇਸ ਡੀਜ਼ਾਈਨ ਵਿੱਚ ਪੁਲ ਇੰਜਨੀਅਰਾਂ ਨੇ ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਪੌਣ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵਾਂ ਦੇ ਅਸਰ ਨੂੰ ਇੰਨੀ ਅਹਿਮੀਅਤ ਨਹੀ ਸੀ ਦਿੱਤੀ ਜੋ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਦੇਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਸੀ। ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਪੁਲ ਬਣ ਰਿਹਾ ਸੀ ਤਾਂ ਵੀ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਕਾਮਿਆਂ ਨੇ ਪੌਣ ਦੁਆਰਾ ਪੁਲ ਦਾ ਝੂਲਣਾ ਅਕਸਰ ਦੇਖਿਆ ਸੀ। ਪਰ ਪੁਲ ਦੇ ਚਾਲੂ ਹੋ ਜਾਣ ਤੋਂ ਕੁਝ ਹੀ ਚਿਰ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਦਿਨ 60 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟਾ ਦੀ ਰਫਤਾਰ ਵਾਲੀ ਚਲਦੀ ਹਵਾ ਨੇ ਇਸ ਦੇ ਮੱਧ ਵਾਲੇ ਲਟਕਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਇਵੇਂ ਝੂਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਿਸ ਨੂੰ ਇੰਜਨੀਅਰ ਰੋਕ ਨਾ ਸਕੇ ਅਤੇ ਕੁਝ ਹੀ ਘੰਟਿਆਂ ਬਾਅਦ ਪੁਲ ਟੁੱਟ ਕੇ ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ ਡਿਗ ਪਿਆ। ਇਸ ਦੁਰਘਟਨਾ ਤੋਂ ਮਗਰੋਂ ਪੌਣ ਵਾਯੂਗਤਿਕੀ ਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਹਰ ਪੁਲ ਅਤੇ ਇਮਾਰਤ ਡੀਜ਼ਾਈਨ ਦਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਿੱਸਾ ਬਣੀ। ਆਧੁਨਿਕ ਵਾਤਾਵਰਣ ਪ੍ਰਦੂਸ਼ਨ ਦੀ ਰੋਕ-ਥਾਮ ਵਿੱਚ ਵੀ ਪੌਣ ਇੰਜਨੀਅਰਿਗ ਇੱਕ ਲਾਜ਼ਮੀ ਵਿਸ਼ਾ ਬਣ ਗਿਆ ਹੈ।

ਵਿਸ਼ਵ ਵਿਆਪੀ ਪੱਧਰ ‘ਤੇ ਪੌਣ ਅਤੇ ਮੌਸਮ ਤੰਤਰ ਦੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਲੱਛਣ ਕਈ ਕਾਰਕਾਂ ‘ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਸਥਾਨ (ਅਧਿਕਰਨ), ਊਰਧਵ ਤਾਪਮਾਨ ਪ੍ਰਵਣਤਾ, ਪ੍ਰਿਥਵੀ ਦਾ ਘੂਰਣਨ (ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੁਆਲੇ ਘੁੱਮਣਾ) ਆਦਿ। ਪ੍ਰਿਥਵੀ ਦੇ ਨਜ਼ਦੀਕੀ ਸਤਹ ਵਾਲੇ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਪੌਣ ਵੇਗ ਦਾ ਉਚਾਈ ਨਾਲ ਬਦਲਾਅ (ਵਿਚਲਣ) ਕਾਫੀ ਅਹਿਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਤਹ ਦੇ ਰੁੱਖੇਪਣ (ਰੁੱਖਣਤਾ, ਖੁਰਦੁਰਾਪਣ) ‘ਤੇ ਬਹੁਤ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਜ਼ਿਆਦਾ ਬਦਲਾਅ ਵਾਲੇ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ‘ਭੌਮਿਕ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ’ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਉੱਚਾਈ ‘ਤੇ ਪੌਣ ਵੇਗ, ਸਤਹ ਦੀ ਰੁੱਖਣਤਾ ਦੇ ਅਸਰ ਤੋਂ ਮੁਕਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਉਸ ਉੱਚਾਈ ਨੂੰ ‘ਪ੍ਰਵਣਤਾ ਉੱਚਾਈ’ ਜਾਂ ‘ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਮੋਟਾਈ’, Z_G, ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਸੰਗਤ ਪੌਣ ਚਾਲ ਨੂੰ ‘ਪ੍ਰਵਣਤਾ ਪੌਣ ਚਾਲ’ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

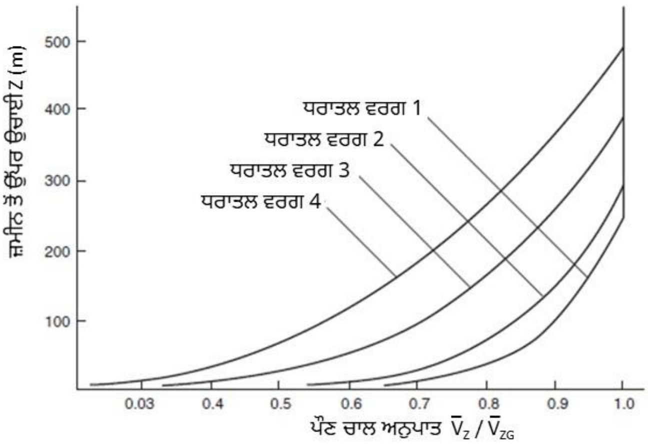
‘ਭੌਮਿਕ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ’ ਦੀ ਵੇਗ ਦਿੱਖ, ਵਿਭਿੰਨ ਧਰਾਤਲ ਵਰਗਾਂ (ਸਤਹ ਰੁੱਖਣਤਾ) ਲਈ, **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 37** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ‘ਧਰਾਤਲ ਵਰਗ 1’ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਮੈਦਾਨੀ ਇਲਾਕੇ ਜਿਵੇਂ ਰੇਗਿਸਤਾਨ ਅਤੇ ਖੁਲ੍ਹੇ ਸਮੁੰਦਰ, ਅਤੇ ‘ਧਰਾਤਲ ਵਰਗ 4’ ਦੇ ਇਲਾਕਿਆਂ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ਸੰਘਣੀ ਵਸੋਂ ਵਾਲੇ ਉੱਚੀਆਂ ਇਮਾਰਤਾਂ ਸਮੇਤ ਵੱਡੇ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰੀ ਇਲਾਕੇ (ਜ਼ਿਆਦਾ ਰੁੱਖਣਤਾ ਵਾਲੇ)। ਦੂਜੇ ਦੋ ਵਰਗ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਹੱਦਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਾਲੀ ਰੁੱਖਣਤਾ ਨੂੰ ਵਰਣਨ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਪੌਣਾਂ ਦੇ ਅਸਰਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਲਈ ‘ਪਵਨ-ਸੁਰੰਗ’ ਅਨੁਕਾਰ (ਪ੍ਰਤਿਰੂਪਵਿਧਾਨ) ਤਕਨੀਕ ਅਕਸਰ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਿੱਖ ਨੂੰ ਘਾਤ ਨਿਯਮ ਨਾਲ ਵਰਣਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਵੇਂ

$$\frac{\bar{V}_G}{\bar{V}_{ZG}} = \left(\frac{Z}{Z_G}\right)^{\beta} \tag{137}$$

ਜਿੱਥੇ $\bar{V}_G$ ਔਸਤ ਪੌਣ ਚਾਲ ਹੈ ਉਚਾਈ Z 'ਤੇ ਅਤੇ β ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹੈ ਜੋ ਵਿਭਿੰਨ ਧਰਾਤਲ ਵਰਗਾਂ ਲਈ ਅਲਗ ਅਲਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ β = 0.11, ‘ਧਰਾਤਲ ਵਰਗ 1’ ਲਈ, β = 0.36, ‘ਧਰਾਤਲ ਵਰਗ 4’ ਲਈ।

ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 36: ਟਕੋਮਾ ਨੈਰੋਜ਼ ਨਿਲੰਬਿਤ ਪੁਲ ਦੁਰਘਟਨਾ (1940)



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 37: ਭੌਮਿਕ ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਿੱਖ

13.1 ਇਮਾਰਤਾਂ ਉੱਪਰ ਪੌਣ ਪ੍ਰਵਾਹ

‘ਪਵਨ-ਸੁਰੰਗ’ ਅਨੁਕਾਰ ਮਾਪਾਂ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਇਤਕਾਰ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੀਆਂ ਇਮਾਰਤਾਂ ਦੀਆਂ ਬਾਹਰੀ ਕੰਧਾਂ ਉੱਪਰ ਪੌਣ ਪ੍ਰਭਾਵਤ ਦਬਾ ਕਾਫੀ ਬਦਲਦੇ ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਪੌਣ ਦਾ ਵਹਾਉ ਹਮੇਸ਼ਾ ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ (ਖਲਬਲੀ ਵਾਲਾ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਆਕਾਰ ਨਾਲ ਪਰਸਪਰ ਪ੍ਰਭਾਵਤ ਹੋ ਕੇ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਕਾਫੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਵੰਨਗੀ ਵਾਲੇ ਵਹਾਓ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਵੰਨਗੀਆਂ, ਪੌਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ‘ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਚੰਡਤਾ’ ਉੱਪਰ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਕੇਸ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪੌਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਮੁਹਰਲੀ ਕੰਧ ਦੀ ਲੰਬਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 38** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪੌਣ ਦੀ ਵੇਗ ਦਿੱਖ ‘ਧਰਾਤਲ ਵਰਗ 4’ ਵਾਲੀ ਹੈ, ਭਾਵ ਪੌਣ ਦੀ ਚਾਲ, ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ ਨਾਲ, ਘਾਤ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, ਵਧਦੀ ਹੈ।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਛੱਤ ਤੋਂ ਦੇਖੀਏ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੀ ਵੰਨਗੀ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਦਿਸੇਗੀ ਜਿਵੇਂ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 39** ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰਯੁਕਤ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਹਾਉ ਮੁਹਰਲੇ ਕੋਨਿਆਂ ਤੋਂ ਮੁੜ ਕੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਕੰਧਾਂ ਤੋਂ ਹੁੰਦਾ ਹੋਇਆ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ ਦੇ ਪਿਛਾੜੀ ਘੁੱਮਣ ਘੇਰੀ ਦੇ ਭੰਵਰ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਛੋਟੇ ਵੱਡੇ ਆਕਾਰਾਂ ਵਾਲੇ ਭੰਵਰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਮਿਲ ਕੇ ਵਹਾਉ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟੀ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਜਿਸ ਨਾਲ ਘੁੱਮਣ ਘੇਰੀ ਦੀ ਹਵਾ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ ਵਲ ਨੂੰ ਵਗਣੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਭੰਵਰ ਤਿੰਨ-ਵਿਮੀ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਹਵਾਂ ਨੂੰ ਪਾਸੇ-ਤੋ-ਪਾਸੇ ਹੀ ਨਹੀ ਬਲਕਿ ਥੱਲੇ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਲ ਨੂੰ ਵੀ ਚਲਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਜ਼ਮੀਨ ‘ਤੇ ਪਿਆ ਹਲਕਾ-ਫੁਲਕਾ ਕੂਰਾ ਕਰਕਟ ਕੰਧ ਵਲ ਨੂੰ ਵਗਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕੰਧ ਦੇ ਨਾਲ ਇਸ ਦਾ ਢੇਰ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਹਨੇਰੀ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਕਸਰ ਦੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਘੁੰਮਦੇ ਭੰਵਰ ਮੁੱਖ ਪ੍ਰਵਾਹ ਧਾਰਾ ਨਾਲ ਮਿਲਕੇ ਇਮਾਰਤ ਤੋਂ ਦੂਰ ਵਗਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਭੰਵਰਾਂ ਦਾ ਉਲਟ ਪ੍ਰਵਾਹ ਹੋਣ ਨਾਲ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ ਦੀ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ‘ਪੌਣ ਦਾਬ’ ਰਿਣਾਤਮਕ (ਭਾਵ ਵਾਯੂਮੰਡਲੀ ਦਬਾ ਤੋਂ ਘੱਟ) ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਕਾਰਨ ਹਵਾ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਅੰਦਰੋਂ ਬਾਹਰ ਵਲ ਚੱਲਣੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਦਾਬ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਣ ਨਾਲ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਉੱਪਰ ਵਾਯੂਗਤਿਕ ਘਿਸਰਨਾ ਬਲ ਇਮਾਰਤ ਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਵਲ ਖਿੱਚਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਕਈ ਬਾਰ ਕਮਜ਼ੋਰ ਇਮਾਰਤਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਮਾਰਤਾਂ ਢਹਿ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਹੁਣ ਜੇ ਅਸੀਂ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਕੰਧਾ ਉੱਪਰ ਦੇਖੀਏ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਵੀ ਵਹਾਉ ਦੀ ਵੰਨਗੀ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ ਵਰਗੀ ਹੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਵੀ ਮੁਹਰਲੀ ਕੰਧ ਦੇ ਤਿੱਖੇ ਕੋਨੇ ਤੋਂ ਵਹਾਉ ਜੁਦਾ ਹੋ ਕੇ ਕੰਧ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਵਹਿਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਕੋਨੇ ਤੋਂ ਜੁਦਾ ਹੋਣ ਨਾਲ ਪਾਸੇ ਦੀ ਕੰਧ 'ਤੇ ਵੀ ਘੁੰਮਣ ਘੇਰੀ ਵਾਲੇ ਭੰਵਰ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ (ਪਰ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਛੋਟੇ)। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਭੰਵਰ ਪਾਸੇ ਦੀ ਕੰਧ ਦੀ ਸਤਹ ਦੇ ਨੇੜੇ ਵਹਾਉ ਦੇ ਉਲਟ ਚਲਣ ਕਾਰਨ ਇਸ ਕੰਧ 'ਤੇ ਵੀ ਪੌਣ ਦਾ ਦਾਬ ਰਿਣਾਤਮਮਕ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਮੁਹਰਲੇ ਕੋਨੇ ਤੋਂ ਪਿਛਲੇ ਕੋਨੇ ਤੱਕ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਕੰਧਾ 'ਤੇ ਵੀ ਵਾਯੂਗਤਿਕ ਘਿਸਰਨਾ ਬਲ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕੰਧ ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਵਲ ਖਿੱਚਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਪਰ ਮੁਹਰਲੀ ਕੰਧ 'ਤੇ ਵਹਾਉ ਦੀ ਦਸ਼ਾ ਬਹੁਤ ਅਲਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਕੁੱਝ ਉਚਾਈ 'ਤੇ (ਲਗ ਪਗ ਦੋ ਤਿਹਾਈ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ 'ਤੇ) ਇੱਕ ਐਸਾ ਬਿੰਦੂ (ਜਾਂ ਖੇਤਰ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਹਵਾ ਕੰਧ ਨਾਲ ਟਕਰਾਅ ਕੇ ਇੱਕ ਦਮ ਰੁਕ ਜਾਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸਥਿਰਤਾ ਜਾਂ ਗਤੀਹੀਣਤਾ ਬਿੰਦੂ, S, ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਦੇਖੋ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 40**। ਇਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵਹਾਉ ਆਪਣੀ ਸਾਰੀ ਦੀ ਸਾਰੀ ਗਤਿਕ ਊਰਜਾ ($\frac{1}{2}\rho V^2$) ਕੰਧ ਨੂੰ ਤਬਦੀਲ ਕਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕੰਧ ਉੱਪਰ 'ਗਤਿਕ ਬੋਝ' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ 'ਗਤਿਕ ਬੋਝ' ਸਾਰੀ ਇਮਾਰਤ ਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਵਲ ਨੂੰ ਧੱਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਡਿਗਣ ਦਾ ਖਤਰਾ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਥਿਰਤਾ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉੱਪਰਲੇ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਵਹਾਉ ਛੱਤ ਵਲ ਨੂੰ ਮੁੜ ਕੇ ਛੱਤ ਉੱਪਰੋਂ ਦੀ ਵਗਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਘੁੰਮਣ ਘੇਰੀ ਦਾ ਭੰਵਰ ਬਣਨ ਨਾਲ ਸਾਰੀ ਛੱਤ 'ਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਾਬ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਪਿੱਛੇ ਵਲ ਨੂੰ ਘਟਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਵਹਾਉ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ ਦੇ ਨੇੜੇ ਜਾ ਕੇ ਇਮਾਰਤ ਤੋਂ ਜੁਦਾ ਹੋ ਕੇ ਅਨੁਜਲ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਭਵਰ ਨਾਲ ਜਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਵਾਲੀਆਂ ਕੰਧਾਂ ਅਤੇ ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ 'ਤੇ ਦਾਬ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਕਰਕੇ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਢਾਂਚੇ 'ਤੇ ਪਿਛਲੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਲ ਪਰਿਣਾਮੀ ਬਲ ਇਮਾਰਤ ਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਵਲ ਧੱਕਣ ਦੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਰੱਖਦਾ ਹੈ। ਸਥਿਰਤਾ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਵਾਲਾ ਵਹਾਉ ਹੇਠਾ ਵਲ ਨੂੰ ਵਗਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜ਼ਮੀਨ ਦੇ ਨੇੜੇ ਪਹੁੰਚ ਕੇ ਮੁੱਖ ਪੌਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਇੱਕ ਵੱਡੇ ਸਾਰੇ ਭੰਵਰ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਵਿੱਚ ਵਗਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਭੰਵਰ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਕਾਫੀ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜ਼ਮੀਨ 'ਤੇ ਪਏ ਕੂੜਾ ਕਰਕਟ ਨੂੰ ਉਠਾ ਕੇ ਇਮਾਰਤ ਵਲ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਮੁਹਰਲੀ ਕੰਧ ਦੀ ਸਮੁੱਚੀ ਸਤਹ 'ਤੇ ਪੌਣ ਦਾਬ ਧਨਾਤਮਕ ਹੀ ਰਹਿਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਮਾਰਤ ਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਵਲ ਧੱਕਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ।

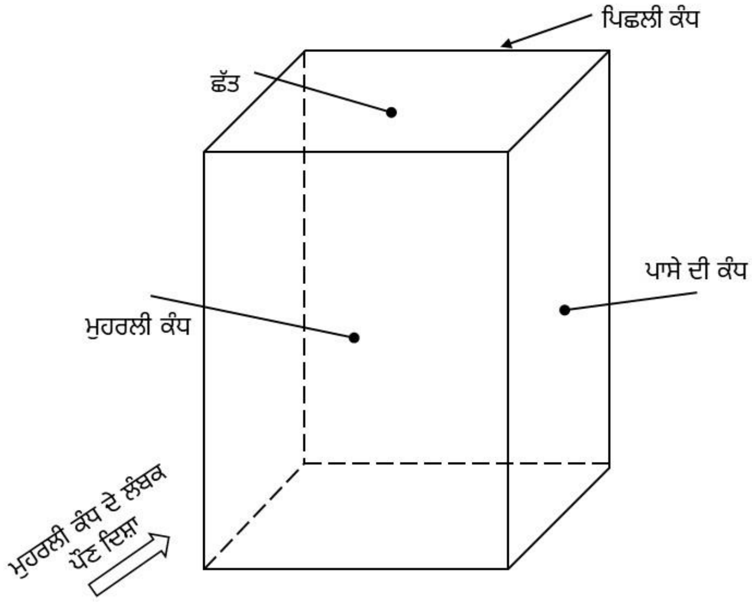
ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦਾਬ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਵਿਮੀ ਪਰਿਮਿਤਿ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਦਾਬ ਗੁਣਾਂਕ, C_p, ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਦੀ ਸਪਸ਼ਟ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ,

$$C_p = \frac{(p - p_0)}{\frac{1}{2}\rho V_H^2} \tag{138}$$

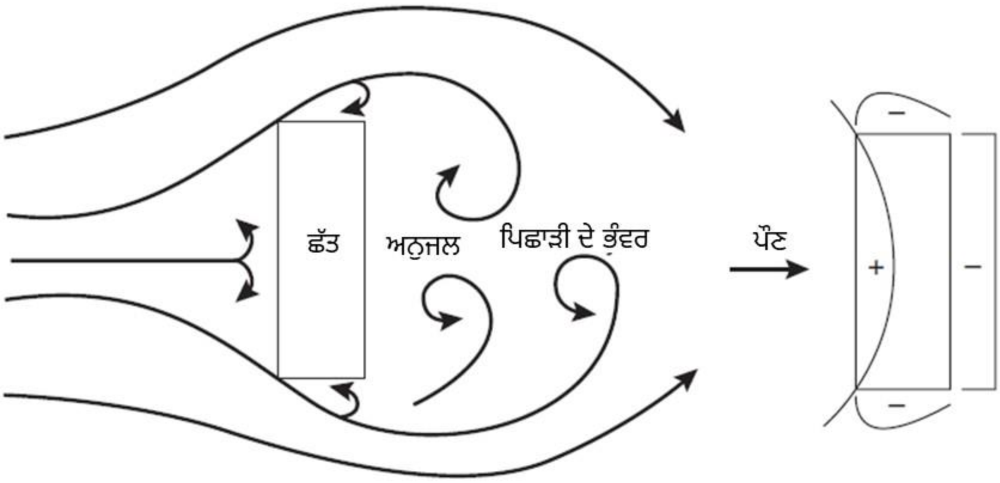
ਜਿੱਥੇ,

p = ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੁੱਲ ਦਬਾ,
p_0 = ਉਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਥੈਤਿਕ ਦਬਾ,
V_H = ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ, H, 'ਤੇ ਪੌਣ ਦੀ ਗਤੀ ਜਾਂ ਰਫਤਾਰ,
ρ = ਹਵਾ ਦੀ ਘਣਤਾ।

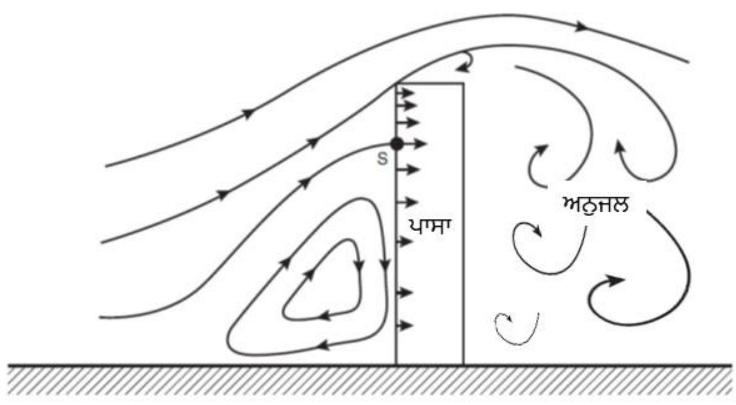
ਆਇਤਕਾਰ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਛੋਟੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਮਾਡਲ ਦੀਆਂ ਕੰਧਾਂ ਉੱਤੇ ਪਵਨ-ਸੁਰੰਗ ਵਿੱਚ ਦਬਾ ਨਾਪ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਦਬਾ ਗੁਣਾਂਕ, C_p, ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ **ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 41** ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਪਿਛਲੀ ਕੰਧ 'ਤੇ C_p ਦਾ ਮਾਨ, ਵੱਡੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਭੰਵਰ ਕਰਕੇ ਲਗ ਪਗ ਇਕਸਾਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਮਾਨ $C_p = -0.15$ ਤੋਂ $C_p = -0.20$ ਦੇ ਦਾਇਰੇ ਵਿੱਚ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।



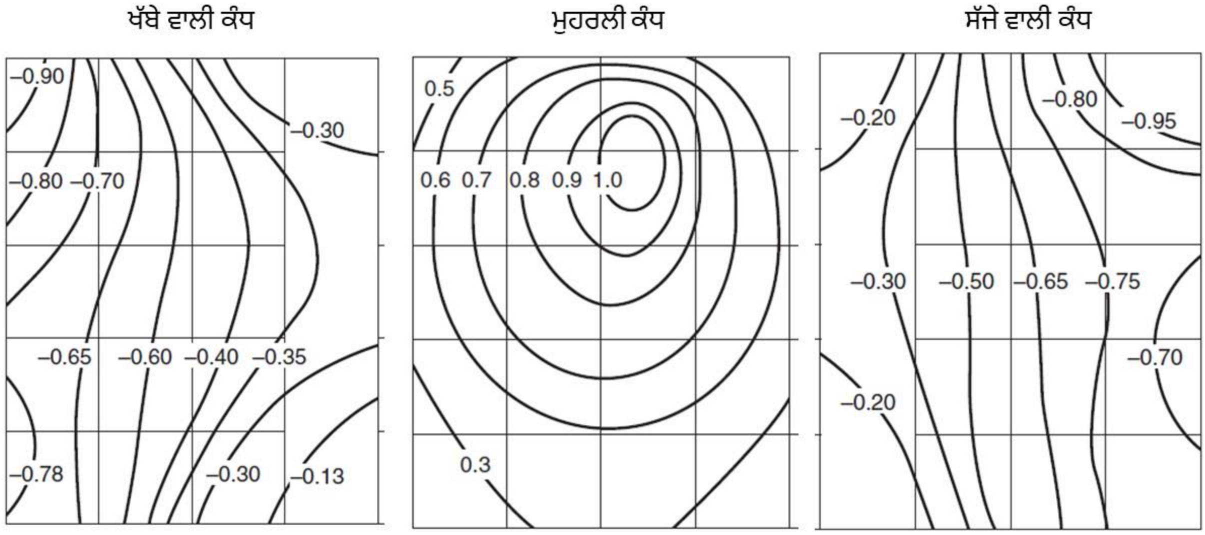
ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 38: ਆਇਤਕਾਰ ਕੰਧਾਂ ਵਾਲੀ ਇਮਾਰਤ ਦਾ ਮਾਡਲ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 39: ਆਇਤਕਾਰ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਛੱਤ ਤੋਂ ਪੌਣ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵੰਨਗੀ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 40: ਆਇਤਕਾਰ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪੌਣ ਪ੍ਰਵਾਹ ਵੰਨਗੀ



ਰੇਖਾਚਿੱਤਰ 41: ਆਇਤਕਾਰ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਸੱਜੀ, ਮੁਹਲੀ ਅਤੇ ਖੱਬੀ ਕੰਧ 'ਤੇ ਦਬਾ ਸਮਉੱਚ ਰੇਖਾਵਾਂ

ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ

ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ॥ਕ॥

ਰੋਮਨ ਅਤੇ ਯੂਨਾਨੀ ਲਿਪੀਆਂ

ਸਾਰਣੀ ਕ1: ਰੋਮਨ ਲਿਪੀ

A a	**B b**	**C c**	**D d**	**E e**	**F f**	**G g**
ਏ	ਬੀ	ਸੀ	ਡੀ	ਈ	ਐੱਫ	ਜੀ
H h	**I i**	**J j**	**K k**	**L l**	**M m**	**N n**
ਐੱਚ	ਆਈ	ਜੇ	ਕੇ	ਐੱਲ	ਐੱਮ	ਐੱਨ
O o	**P p**	**Q q**	**R r**	**S s**	**T t**	**U u**
ਓ	ਪੀ	ਕਿਊ	ਆਰ	ਐੱਸ	ਟੀ	ਯੂ
V v	**W w**	**X x**	**Y y**	**Z z**		
ਵੀ	ਡਬਲ ਯੂ	ਐਕਸ	ਵਾਈ	ਜ਼ੈੱਡ		

ਸਾਰਣੀ ਕ2: ਯੂਨਾਨੀ ਲਿਪੀ

Α α	**Β β**	**Γ γ**	**Δ δ**	**Ε ε**	**Ζ ζ**	**Η η**
ਅਲਫਾ	ਬੀਟਾ	ਗਾਮਾ	ਡੈਲਟਾ	ਇਪਸਾਈਲਨ	ਜ਼ੀਟਾ	ਈਟਾ
Θ θ	**Ι ι**	**Κ κ**	**Λ λ**	**Μ μ**	**Ν ν**	**Ξ ξ**
ਥੀਟਾ	ਆਈਓਟਾ	ਕਾਪਾ	ਲਾਮਡਾ	ਮਿਊ	ਨਿਊ	ਖੀ
Ο ο	**Π π**	**Ρ ρ**	**Σ σ**	**Τ τ**	**Υ υ**	**Φ φ**
ਓਮੀਕਰੋਨ	ਪਾਈ	ਰੋਹ	ਸਿਗਮਾ	ਟਾਓ	ਅਪਸਾਈਲੋਨ	ਫਾਈ
Χ χ	**Ψ ψ**	**Ω ω**				
ਚੀ	ਪਸਾਈ	ਓਮੀਗਾ				

ਸਾਰਣੀ ਕ3: ਗਣਿਤਿਕ ਚਿੰਨ੍ਹ

+	**-**	**±** **ਜਾਂ** **∓**	**X**	**÷**	**√**	**∑**
ਜਮਾ	ਮਨਫੀ	ਜਮਾ/ਮਨਫੀ	ਗੁਣਾ	ਤਕਸੀਮ	ਵਰਗ ਮੂਲ	ਕੁੱਲ ਜੋੜ
∫	**∮**	**∝**	**∞**	**=**	**≠**	**≈**
ਅਨੁਕਲਨ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਘੇਰੇ ਦਾ ਅਨੁਕਲਨ	ਅਨੁਪਾਤ	ਅਨੰਤ	ਬਰਾਬਰ	ਬਰਾਬਰ ਨਹੀ	ਲਗਪਗ ਬਰਾਬਰ
<	**>**	**≪**	**≫**	**≤**	**≥**	**∂**
ਤੋਂ ਘੱਟ	ਤੋਂ ਵੱਧ	ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਘੱਟ	ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਵੱਧ	ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ	ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰਕ	ਆਂਸ਼ਿਕ ਅਵਕਲਜ (ਟੇਢੀ ਡੀ)
δ	**Δ**	**∇**	**π**	**∏**	**d**	
ਡੈਲਟਾ ਫਲਨ	ਲਾਪਲਾਸ ਕਾਰਕ	ਨਾਬਲਾ, ਸਦਿਸ਼ ਕਲਨ	ਪਾਈ, 3.142 ਸਥਿਰ ਅੰਕ	ਕੁੱਲ ਗੁਣਨਫਲ	ਅਵਕਲਨ ਚਿੰਨ੍ਹ	

ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ॥ਖ॥

ਪਦਾਵਲੀ ਅਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ

ਪਦ	ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਤੇ ਵਿਆਖਿਆ
'ਸ਼ਯਾਨਤਾ' (ਲੇਸ ਜਾਂ ਚੇਪ)	ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਸ਼ਯਾਨਤਾ, ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ ਜਾਂ ਤਨਨ ਤਣਾ ਥੱਲੇ, ਉਸੇ ਦੇ ਕ੍ਰਮਿਕ ਅਪਰੂਪਣ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਰੋਧ ਦਾ ਮਾਪ ਹੈ। ਭਾਵ ਸ਼ਯਾਨਤਾ, ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਰੂਪ ਵਿਗੜਨ ਦੀ ਵਿਰੋਧਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ।
'ਤਨਨ ਤਣਾ' (tensile stress)	ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਉੱਪਰ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਵਿਰੋਧੀ ਬਲ ਲਗਾਏ ਜਾਂਣ ਜਿਸ ਨਾਲ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵਧੇ, ਇਸ ਤਮਾਅ ਨੂੰ ਤਨਨ (ਜਾਂ ਖਿੱਚ) ਤਣਾਅ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਉਸਨਤਾ (ਐਨਥਲਪੀ)	ਕਿਸੇ ਤਾਪਗਤਿਕੀ ਵਿਵਸਥਾ (ਤੰਤਰ) ਦੇ ਅੰਦਰ ਕੁੱਲ ਤਾਪ ਜਾਂ ਤੱਤਾਪਣ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਨੂੰ 'ਉਸਨਤਾ' ('ਐਨਥਾਲਪੀ') ਦਾ ਨਾਮ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਵਿਵਸਥਾ ਦੀ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ ਜਮ੍ਹਾਂ ਇਸ ਦੇ ਦਬਾ ਅਤੇ ਆਇਤਨ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
ਉਛਾਲ ਬਲ	ਕਿਸੇ ਸਥੈਤਿਕ ਦ੍ਰਵ ਵਿਚ ਡੁੱਬੇ 'ਪਿੰਡ' (3-ਆਯਾਮੀ ਵਸਤੂ) ਦੇ ਤਲ ਉੱਪਰ ਦਬਾ ਵਿਚਲਣ ਦੇ ਫਲਸਰੂਪ, ਕੁੱਲ-ਜਮ੍ਹਾਂ ਬਲ ਲਗਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਬਲ ਦਾ ਊਰਧਵ ਅੰਸ਼ 'ਉਛਾਲ ਬਲ' ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਹਮੇਸ਼ਾ ਊਰਧਵਾਧਰ (ਲੰਬਵਤ) ਉੱਪਰਮੁਖੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਦਾ ਹੈ।
ਉਠਾਣ	ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਉਲਟ ਵਾਲੀ ਦਿਸ਼ਾ
ਉਦਗਮ	ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜਿੱਥੋਂ ਦ੍ਰਵ ਨਿਕਲ ਕੇ ਕਿਰਨਮਈ (ਤ੍ਰਿਜਈ) ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰ ਵਲ ਇਕਸਾਰ ਫੈਲੇ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ 'ਉਦਗਮ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ
ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ	ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਵਸਤੂਆਂ ਉਹ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਆਕਾਰ ਬਾਹਰੀ ਦਬਾ ਜਾਂ ਬਲ ਦੇ ਅਸਰ ਥੱਲੇ ਬਦਲਿਆ ਨਾ ਜਾ ਸਕੇ।
ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ	ਜਿਸ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ (ਨਾ ਬਦਲੇ) ਰਹੇ ਉਸ ਨੂੰ 'ਅਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਘਣਤਾ ਦਾ ਕਾਲ ਅਵਕਲਜ (time derivative of density) ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ, $\partial\rho/\partial t = 0$)।
ਅਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ	ਉਹ ਪ੍ਰਵਾਹ ਸ਼ਾਸਨ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਗੁਣ ਸਮੇ (ਕਾਲ) ਅਤੇ ਦੇਸ (ਸਥਾਨ) ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹੋਣ ਉਸ ਨੂੰ ਅਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਜਿਵੇ $\partial V/\partial t \neq 0$)।
ਅਨੁਜਲ	ਕਿਸੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਜਾਂ ਗਤੀਹੀਣ ਕੁੰਠਿਤ (blunt) ਪਿੰਡ ਦੇ ਪਿਛੋਕੜ ਵਿਚਲੇ ਘੁੰਮਣਘੇਰੀ ਦੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਖੇਤਰ ਨੂੰ 'ਅਨੁਜਲ' ਖੇਤਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਅਭਿਗਮ	'ਅਭਿਗਮ' ਉਦਗਮ ਦਾ ਉਲਟ ਹੈ, ਅਤੇ ਵਹਾਉ ਇਸ ਦੇ ਅੰਦਰ ਵਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ; ਇੱਕ ਕਿਸਮ ਦਾ ਹੌਜ ਜਾਂ ਕੁੰਡ।
ਅਭਿਵਹਿਣ	'ਸੰਵਹਿਣ' ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਘੁਲੇ ਜਾਂ ਲਟਕੇ ਪਦਾਰਥ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ "ਅਭਿਵਹਿਣ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿਸੇ ਉੱਚੀ ਚਿਮਨੀ ਵਿੱਚੋਂ ਧੂੰਏਂ ਦਾ ਵਾਯੂਮੰਡਲ ਵਿੱਚ ਬੋਦੀ ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਵਿੱਚ ਫੈਲਣਾ।
ਸਤਹ ਬਲ	ਜਾਂ ਕਤਰਨੀ ਬਲ ਕਿਸੇ ਸਤਹ ਉੱਪਰ ਲਗਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਤਹ ਦੇ ਪਸਾਰ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਐਸਾ ਬਲ, 'ਅਭਿਲੰਬ ਸੰਘਟਕ' (normal component) ਅਤੇ 'ਸਪਰਸ਼ਰੇਖੀ ਸੰਘਟਕ' (tangential component) ਵਿੱਚ ਵਿਭਾਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ	ਤਰਲ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਅਣੂਆਂ ਦੀ ਆਪਸੀ 'ਆਣਵਿਕ ਖਿੱਚ'।
ਸੰਤਤਾ	ਲਗਾਤਾਰਤਾ ਜਾਂ ਨਿਰੰਤਰਤਾ
ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ	ਇੱਥੇ ਸੰਪੀੜਨ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਦਬਾਉਣ ਨਾਲ ਉਸ ਦੀ ਸ਼ਕਲ (ਆਕਾਰ) ਅਤੇ ਭੌਤਿਕ ਗੁਣਾਂ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਲਿਆਉਣਾ, ਭਾਵ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਪੀੜਨਾ ਜਾਂ ਸੁੰਗੜਾਉਣਾ; ਜਿਵੇਂ ਗੈਸਾਂ 'ਤੇ ਦਬਾ ਪਾ

	ਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਆਇਤਨ (ਘਨਫਲ) ਘੱਟ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ	ਜੇਕਰ ਗਤੀ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ ਕਾਲ ਦਾ ਫਲਨ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਵਹਾਉ ਨੂੰ ਸੰਪੀੜਨਯੋਗ ਦ੍ਰਵ ਗਤੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਘਣਤਾ ਦਾ ਕਾਲ ਅਵਕਲਜ ਅਣ-ਸਿਫਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ $\partial\rho/\partial t \neq 0$)।
ਸੰਵਹਿਣ	ਜਦੋਂ ਗਰਮ ਕੀਤਾ ਦ੍ਰਵ ਆਪਣੇ ਸ੍ਰੋਤ ਤੋਂ ਪਰੇ ਵਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਤਾਪਕ ਊਰਜਾ ਲੈ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਤਾਪਕ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਨੂੰ “ਸੰਵਹਿਣ” ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗਰਮ ਲੋਹੇ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਲ ਉੱਠਦੀ ਗਰਮ ਹਵਾਂ ਸੰਵਹਿਣ ਦੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ।
ਸੰਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ	ਸਾਂਤਤਜਕ ਯੰਤ੍ਰਿਕੀ (ਲਗਾਤਾਰਤਾ) ਵਿੱਚ ‘ਸੰਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ’ ਕਿਸੇ ਤੱਤਮਈ ਸਾਮੱਗਰੀ ਦੀ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ (ਜਿਵੇਂ ਤਾਪ ਜਾਂ ਸੰਵੇਗ) ਦੇ ਬਦਲਣ ਦੀ ਕਾਲਿਕ ਦਰ ਦਾ ਵਿਆਖਿਆਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਾਮੱਗਰੀ ਉਸ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਦੇਸ-ਅਤੇ-ਕਾਲ-ਨਿਰਭਰ ਸਥੂਲ ਵੇਗ-ਖੇਤਰ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨਾ ਦੇ ਪਰਾਧੀਨ ਹੋਵੇ। ਅਰਥਾਤ ਇਹ ਅਵਕਲਜ ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ‘ਦੇਸ’ ਅਤੇ ‘ਕਾਲ’ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨਾਂ ਦਾ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।
ਸੰਵੇਗ	ਕਿਸੇ ਗਤੀਸ਼ੀਲ (ਗਤੀਮਾਨ) ਪਿੰਡ ਦੇ ਬੇਰੋਕ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਰਹਿਣ ਦੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ (ਰੌ) ਨੂੰ ‘ਸੰਵੇਗ’ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਇਹ ਉਸ ਦੀ ‘ਗਤੀ-ਸ਼ਕਤੀ’ ਦਾ ਮਾਪ ਹੈ। (ਸੰਵੇਗ = ਦ੍ਰਵਮਾਨ *x* ਵੇਗ)
ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ	ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਸੰਵੇਗ ਦੀ, ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ, ਵਿਸਰਣਤਾ (ਖਿੱਲਰਨਾ) ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ ‘ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ’ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦ੍ਰਵ ਪਰਤਾਂ ਅਤੇ ਕਣਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿੰਨੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਸੰਵੇਗ ਦਾ ਤਬਾਦਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
ਹਿਠਾਣ	ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ
ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ (ਜਾਂ ਅਪਰੂਪਣ ਪ੍ਰਤਿਬਲ)	ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਉੱਪਰ ਲਗਦੇ ਤਣਾਅ ਦਾ ਉਹ ਅੰਸ਼ ਜੋ ਵਸਤੂ ਦੇ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਖੇਤਰ ਦੇ ਸਮਤਲੀ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ ਕਤਰਨੀ ਤਣਾਅ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਕਤਰਨੀ ਬਲ	ਕਿਸੇ ਭੌਤਿਕ ਚੀਜ਼ ਉੱਪਰ ਲੱਗੇ ਕੁੱਲ ਬਲ ਦੇ ਉਸ ਅੰਗ ਨੂੰ, ਜੋ ਉਸ ਚੀਜ਼ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, “ਕਤਰਨੀ ਬਲ” ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਜਿਹੜਾ ਅੰਗ ਇਸ ਸਪਰਸ਼ੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਲੰਬਕ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ ਅਭਿਲੰਬ ਬਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਗਰਾਸਹੌਫ (Grashof) ਨੰਬਰ, Gr	ਉਛਾਲੂ ਬਲ ਅਤੇ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ – ਕਲਗੀਰੂਪ ਉਛਾਲਵਤ ਵਹਾਉ (ਜਿਵੇਂ ਚਿਮਨੀ ਵਿੱਚੋਂ ਧੂੰਆ) ਵਿੱਚ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦਾ ਹੈ
ਘਣਤਾ	ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਏਕਾਂਕ ਆਇਤਨ ਦੇ ਦ੍ਰਵਮਾਨ (ਭਾਰ) ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਨੂੰ ਘਣਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਅਤੇ ਆਇਤਨ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਰਥਾਤ ਘਣਤਾ = ਦ੍ਰਵਮਾਨ/ਆਇਤਨ।
ਘਰਸ਼ਣ (friction, ਖਹਿ)	ਦ੍ਰਵ ਦੀਆਂ ਦੋ ਪਰਤਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਲ ਨੂੰ ਘਰਸ਼ਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਘੂਰਣਨ	ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ ਦਾ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣਾਂ ‘ਘੂਰਣਨ’ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ	ਉਹ ਪ੍ਰਵਾਹ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਗੁਣ ਸਮੇ (ਕਾਲ) ਨਾਲ ਨਹੀ ਬਦਲਦੇ ਉਸ ਨੂੰ ਟਿਕਵਾਂ ਪ੍ਰਵਾਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਅਰਥਾਤ $\partial V/\partial t = 0$)।
ਤਰਲਾਉਣ	ਕਿਸੇ ਗੈਸ ਨੂੰ ਤਰਲ ਬਣਾਉਣਾ
ਤਾਪਕ ਪਸਾਰ	ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ ਗਰਮ ਕਰਕੇ ਉਸ ਦਾ ਪਸਾਰ ਕਰਨਾ

ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ	ਜਦੋਂ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਪ੍ਰਵਾਹ ਅਲਗ ਅਲਗ ਤੈਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵਾਪਰੇ, ਭਾਵ ਤੈਹਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਨਾ ਘੁਲਣ ਮਿਲਣ ਤਾਂ ਐਸੇ ਵਹਾਉ ਨੂੰ ਤੈਹਦਾਰ ਪ੍ਰਵਾਹ (ਵਹਾਉ) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਦਬਾ ਜਾਂ ਦਾਬ	ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਤਹ ਦੇ ਏਕਾਂਕ ਖੇਤਰਫਲ ਉਪਰ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਲੰਬਕ ਬਲ ਨੂੰ ਦਬਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਦਬਾ = ਲੰਬਕ ਬਲ/ ਖੇਤਰਫਲ)
ਦ੍ਰਵ	'ਦ੍ਰਵ' ਸ਼ਬਦ 'ਦ੍ਰ' ਧਾਤੂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਵਹਿਣਾ ਜਾਂ ਦੌੜਨਾ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਤਰਲ ਅਤੇ ਗੈਸਾਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ।
ਦ੍ਰਵ ਸਥੈਤਿਕੀ	ਇਸ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਥਿਰ (ਗਤੀਹੀਣ) ਦ੍ਰਵਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਦ੍ਰਵ ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕੀ	ਇਹ ਵਿਸ਼ਾ ਸਿਰਫ ਗਤੀ ਨਾਲ ਹੀ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦਾ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਪੈਦਾ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦਾ ਵਰਣਨ ਨਹੀ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ।
ਦ੍ਰਵਗਤਿਕੀ	ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਇੰਜਨੀਅਰੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦ੍ਰਵਾਂ (ਤਰਲ ਅਤੇ ਗੈਸਾਂ) ਦੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਅਤੇ ਇਸ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨੂੰ ਚਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਬਲਾਂ ਦੇ ਗਤੀ ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਭਾਵਾਂ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ 'ਦ੍ਰਵਗਤਿਕੀ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਅਨੁਸ਼ਾਸਨ ਵਿੱਚ ਵਾਯੂਗਤਿਕੀ (ਹਵਾ ਦੀ ਗਤੀ) ਅਤੇ ਪਨਗਤੀਕੀ (ਪਾਣੀ ਦੀ ਗਤੀ) ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵੀ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਇਸ ਦੇ ਮੁਕਾਬਲੇ ਦ੍ਰਵਯਾਂਤ੍ਰਿਕੀ ਭੌਤਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਉਹ ਸ਼ਾਖਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬਲਾਂ ਥੱਲੇ ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੇ ਵਤੀਰੇ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਦ੍ਵੈਗਮ	ਉਦਗਮ ਅਤੇ ਅਭਿਗਮ ਦੀ ਜੋੜੀ ਨੂੰ ਦ੍ਵੈਗਮ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਧਾਰਾ ਤੰਤੂ	ਸਮੀਪੀ (ਨਾਲ ਲਗਦੇ) ਧਾਰਾ-ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੁੱਟ ਦੇ ਅਤਿ-ਅਲਪ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ (ਅਨੁਪ੍ਰਸਥ, cross section) ਵੇਲਣਾਕਾਰ ਲਾਂਘੇ ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਤੰਤੂ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 'ਧਾਰਾ ਤੰਤੂਆਂ' ਦੇ ਜੁੱਟ ਨੂੰ 'ਧਾਰਾ ਨਲੀ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ	ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ 'ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ' ਉਹ ਕਾਲਪਨਿਕ ਵਕਰ-ਰੇਖਾ ਹੈ ਜਿਸ ਉੱਪਰ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ੀ ਰੇਖਾ, ਵਹਾਉ ਦੇ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਸਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਭਿਲੰਬ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਹਾਉ ਨਹੀ ਹੁੰਦਾ। ਟਿਕਵੇਂ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਾਰੇ ਸਮਿਆਂ 'ਤੇ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
ਪਥ ਰੇਖਾ	(ਪਗਡੰਡੀ), ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦ੍ਰਵ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਤੈਹ ਕੀਤਾ ਪਥ (ਜਾਂ ਪ੍ਰਪਥ, trajectory) ਉਸ ਕਣ ਦੀ ਪਥ ਰੇਖਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਪਰਾਂਟਲ (Prandtl) ਨੰਬਰ, Pr	'ਸੰਵੇਗ' ਵਿਸਰਣਸ਼ੀਲਤਾ ਅਤੇ 'ਤਾਪ' ਵਿਸਰਣਸ਼ੀਲਤਾ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ
ਪਰਿਸੰਚਰਣ	ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਖੇਤਰ ਵਿਚਲੀ ਸੰਵ੍ਰਿਤ ਪਰਿਰੇਖਾ ਜਾਂ ਘਿਰੀ ਪਰਿਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਹਰ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਅਵਯਵੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ, ਉਸ ਘਿਰੀ ਪਰਿਰੇਖਾ ਦੁਆਲੇ, ਪਰਿਸੰਚਰਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ	ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ (ਪਿੰਡ) ਉੱਪਰ ਪ੍ਰਵਾਹ ਨਾਲ ਸਤਹ ਦੇ ਨੇੜੇ ਇੱਕ ਖੰਡ ਕਾਇਮ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵੇਗ, ਸਤਹ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਨਾਲ ਤਬਦੀਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਖੰਡ ਨੂੰ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਪਰਿਪੂਰਣ ਜਾਂ ਆਦਰਸ਼ਕ ਦ੍ਰਵ	ਜਿਹੜਾ ਦ੍ਰਵ 'ਕਤਰਨਾ ਤਣਾ' ਸਹਾਰਨ ਦੇ ਅਯੋਗ (ਨਾਕਾਬਲ) ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ 'ਪਰਿਪੂਰਣ ਦ੍ਰਵ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਐਸਾ ਦ੍ਰਵ ਅਸ਼ਯਾਨ ($\mu = 0$), ਅਘੁੰਮਣ ਅਤੇ ਸਥਿਰ ਘਣਤਾ ਵਾਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
ਪਿੰਡ ਬਲ	ਦ੍ਰਵ ਵਿਵਸਥਾ ਦੇ ਕੁੱਲ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਕਰਕੇ ਲਗਦਾ ਬਲ। ਜਿਵੇਂ, ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਠੋਸ ਵਸਤੂ ਦਾ "ਪਿੰਡ ਬਲ" ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੇ ਭਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੇ 'ਗੁਰੂਤਵ ਕੇਂਦਰ' 'ਤੇ ਲਗਦਾ ਹੈ।
ਪੀਟੋਟ ਨਲੀ	ਹਵਾ ਦੀ ਗਤੀ ਮਾਪਣ ਵਾਲਾ ਜੰਤਰ

ਪ੍ਰਕਛੋਭ	ਪ੍ਰ + ਕਛੋਭ: ਕਛੋਭ ਜਾਂ ਛੋਭ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਬੇਚੈਨੀ, ਖਲਬਲੀ, ਘਬਰਾਹਟ, ਹਫੜਾਦਫੜੀ, ਕੰਬਣਾ ਜਾਂ ਥਿਰਕਣਾ। ਦ੍ਰਵਗਤੀ ਦੇ ਪ੍ਰਸੰਗ ਵਿੱਚ ਇਸ ਨੂੰ ਖਲਬਲੀ ਅਤੇ ਹਫੜਾਦਫੜੀ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦੇ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।
ਪ੍ਰਕਛੋਭਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ	ਖਲਬਲੀ ਅਤੇ ਹਫਰਾਦਫੜੀ ਵਾਲਾ ਵਹਾਉ
ਪ੍ਰਵਣਤਾ	ਕਿਸੇ ਰੇਖਾ ਦੇ ਟੇਢੇਪਣ ਦਾ ਨਾਪ।
ਫਰੂਡ (Froude) ਨੰਬਰ, Fr	ਜੜ੍ਹਤਵ ਬਲ ਅਤੇ ਗੁਰੂਤਵ ਬਲ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ – ਇਹ ਉਛਾਲਵਤ ਵਹਾਉ ਲਈ ਖਾਸ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦਾ ਹੈ।
ਫਲਨ	ਗਣਿਤਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਵਾਧੀਨ ਚਲਰਾਸ਼ੀ (ਚਰ) ਦੇ ਦੂਜੀ ਪਰਾਧੀਨ ਚਲਰਾਸ਼ੀ (ਚਰ) ਦੇ ਅਭਿਵਿਅੰਜਨ ਜਾਂ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਫਲਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਜਿਸ ਨਾਲ ਗਿਆਤ ਚਲਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਗਿਆਤ ਚਲਰਾਸ਼ੀ ਦਾ 'ਫਲ' ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕੇ। ਜਿਵੇਂ ਇੱਕ ਸਮਚਤਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌਰਾਈ ਦਾ ਫਲਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
ਬਲ ਆਘੂਰਣ	ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੇ ਘੁਮਾਉਣ ਦੇ ਅਸਰ (ਪ੍ਰਭਾਵ) ਨੂੰ 'ਆਘੂਰਣ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬਲ ਆਘੂਰਣ = ਬਲ x ਲੰਬਕ ਦੂਰੀ (ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਤੋ ਕੀਲ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ)।
ਭੰਵਰ	ਦ੍ਰਵੀ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਾ ਉਹ ਖੇਤਰ ਜਿਥੇ ਦ੍ਰਵ ਘੁੰਮਣ ਘੇਰੀ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਉਸ ਨੂੰ ਭੰਵਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਰੇਖਾ ਬਲ	ਜਾਂ ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ। ਇਹ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਦਾ ਹੈ।
ਰੇਨਲਡਸ ਸੰਖਿਆ (Reynolds), ਰੇਸੰਖਿਆ	ਜੜ੍ਹਤਵੀ ਅਤੇ ਸ਼ਯਾਨ ਬਲਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਰੇਨਲਡਸ ਸੰਖਿਆ
ਵਰਣ ਰੇਖਾ	ਕਿਸੇ ਵਹਾਉ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਸਮੇ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਭ ਦ੍ਰਵ ਕਣਾਂ ਦਾ ਬਿੰਦੂਪਥ ਜੋ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਖਾਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਗੁਜ਼ਰੇ ਉਸ ਪਥ ਨੂੰ 'ਵਰਣ ਰੇਖਾ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਾਯੂ ਮੰਡਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਚਿਮਨੀ ਵਿੱਚੋਂ ਧੂੰਏਂ ਦੀ ਲੀਹ ਵਰਣ ਰੇਖਾ ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ। ਟਿਕਵੇਂ ਵਹਾਉ ਵਿੱਚ ਧਾਰਾ ਰੇਖਾ, ਪਥ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਵਰਣ ਰੇਖਾ ਸਮਰੂਪੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
ਵਾਸਤਵਿਕ ਦ੍ਰਵ	ਵਾਸਤਵਿਕ ਜਾਂ ਅਸਲੀ ਦ੍ਰਵ ਉਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਯਾਨਤਾ ($\mu \neq 0$) ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਮਹੱਤਤਾ ਰੱਖਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਸਿਰਫ ਵਾਸਤਵਿਕ ਦ੍ਰਵ ਵਿੱਚ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ, ਸ਼ਯਾਨਤਾ ਕਰਕੇ, ਪਿੰਡ ਦੇ ਨਾਲ ਲਗਵਾਂ 'ਪਰਿਸੀਮਾ ਪਰਤ' ਵਿਕਸਿਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਪਿੰਡ ਉੱਪਰ ਦ੍ਰਵ ਦਾ ਵਹਾਉ ਹੋਵੇ।
ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਆਇਤਨ	ਘਣਤਾ ਦੇ ਵਿਉਤਕ੍ਰਮ (ਵਿਪਰੀਤ) ਨੂੰ "ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਆਇਤਨ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦ੍ਰਵ ਦੇ ਏਕਮ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਦਾ ਆਇਤਨ ਕਿੰਨਾ ਹੈ।
ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ	ਕਿਸੇ ਪਦਾਰਥ ਦੇ ਏਕਾਂਕ ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਇੱਕ ਦਰਜਾ ਵਧਾਉਣ ਲਈ ਜੋ ਤਾਪ ਮਾਤਰਾ ਲੋੜੀਂਦੀ ਹੈ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ "ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ" ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਵਿਮਾ	ਮਿਣਤੀ, ਮਾਪ, ਪੈਮਾਇਸ਼
ਵਿਯੋਜਨ	ਦ੍ਰਵਾਂ ਦੇ ਮਿਸ਼ਰਣ ਨੂੰ ਉਸ ਦੇ ਆਂਸ਼ਿਕ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਖੇਰਨਾ

ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ॥ਗ॥

ਸੰਕੇਤ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਕ

ਚਿੰਨ੍ਹ	ਅਰਥ
A	ਖੇਤਰਫਲ
C	ਕੋਈ ਸਥਿਰ ਅੰਕ
C_p	ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ, ਅਚਲ ਦਬਾ ਥੱਲੇ
C_p	ਦਾਬ ਜਾਂ ਦਬਾ ਗੁਣਾਂਕ
C_v	ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਤਾਪ, ਅਚਲ ਆਇਤਨ ਥੱਲੇ
d	ਕੋਈ ਲੰਬਾਈ
D/Dt	ਸੰਵਹਿਣ ਅਵਕਲਜ
E	ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ
F	ਲਗਾਇਆ ਬਲ
f()	ਕੋਈ ਫਲਨ
g	ਗੁਰੂਤਵੀ ਵੇਗ (ਗੁਰੂਤਾ ਸਥਿਰ ਅੰਕ)
H	ਉਸਨਤਾ ਜਾਂ ਐਨਥਲਪੀ
k	ਤਾਪ ਸੰਚਾਲਕਤਾ ਗੁਣਾਂਕ
l	ਲੰਬਾਈ
L	ਲੱਛਣਿਕ ਲੰਬਾਈ
m	ਦ੍ਰਵਮਾਨ ਜਾਂ ਢੇਰ
M	ਗੈਸ ਦਾ ਆਣਵਿਕ ਭਾਰ
p	ਦਬਾ ਜਾਂ ਦਾਬ
P	ਸੰਵੇਗ (ਦ੍ਰਵਮਾਨ x ਵੇਗ)
q	ਕੋਈ ਤਾਪ ਰਾਸ਼ੀ
Q	ਲੋੜੀਂਦਾ ਤਾਪ
R	ਸਾਰਵਿਕ ਗੈਸ ਸਥਿਰ ਅੰਕ
r	ਤ੍ਰਿਜਯਾ ਜਾਂ ਅਰਧ ਵਿਆਸ
Re	ਰੇਨਾਲਡਜ਼ ਨੰਬਰ
R_h	ਦ੍ਰਵੀ ਅਰਧ ਵਿਆਸ
T	ਤਾਪਮਾਨ ਜਾਂ ਪਰਮਤਾਪਮਾਨ
t	ਕਾਲ ਜਾਂ ਸਮਾ

U	ਵੇਗ ਜਾਂ ਆਂਤਰਿਕ ਊਰਜਾ
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	ਮੱਧਮਾਨ ਵੇਗ ਅੰਸ਼
u', v', w'	ਉੱਚਾਵਚ ਵੇਗ ਅੰਸ਼
v	ਦ੍ਰਵ ਆਇਤਨ, ਦ੍ਰਵ ਵੇਗ
v_r	ਤ੍ਰਿਜਈ ਵੇਗ ਅੰਸ਼
v_x, v_y, v_z	ਯਕਸ਼, ਰਕਸ਼ ਅਤੇ ਲਕਸ਼ ਵੇਗ ਅੰਸ਼
v_θ	ਕੋਣਿਕ ਵੇਗ ਅੰਸ਼
W	ਕਿਸੇ ਦ੍ਰਵੀ ਤੱਤ ਦਾ ਭਾਰ
W	ਕੰਮ
x, y, z	ਯਕਸ਼, ਰਕਸ਼ ਅਤੇ ਲਕਸ਼ ਧੁਰੇ
z	ਊਰਧਵ ਉਚਾਈ ਜਾਂ ਊਰਧਵ ਦਿਸ਼ਾ (ਲਕਸ਼)

ਯੂਨਾਨੀ ਵਰਣਮਾਲਾ ਅੱਖਰਾਂ ਦੇ ਅਰਥ

ਯੂਨਾਨੀ ਅੱਖਰ	**ਅਰਥ**
α	(ਅਲਫਾ) ਕੋਈ ਕੋਣ
β	(ਬੀਟਾ) ਸੰਪੀੜਨਤਾ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ
β_1	(ਬੀਟਾ) ਤਾਪਕ ਪਸਾਰ ਗੁਣਾਂਕ
Γ	(ਗਾਮਾ) ਪਰਿਸੰਚਰਣ
δ, δ^*	(ਡੈਲਟਾ) ਵਿਸਥਾਪਨ ਮੋਟਾਈ
Δp	(ਡੈਲਟਾ) ਦਾਬ ਅੰਤਰ
Δt	(ਡੈਲਟਾ) ਕਾਲ ਅੰਤਰ
ΔT	(ਡੈਲਟਾ) ਤਾਪਮਾਨ ਅੰਤਰ
ζ	(ਜ਼ੀਟਾ) ਭੰਵਰਤਾ (ਘੁੱਮਣ ਘੇਰੀ ਦੀ)
θ	(ਥੀਟਾ) ਕੋਈ ਕੋਣ, ਜਾਂ ਤਾਪਮਾਨ ਅੰਤਰ
λ	(ਲੰਬਡਾ) ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਈਪ ਦਾ ਘਸਰਨ ਗੁਣਾਂਕ
μ	(ਮਿਊ) ਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ
ν	(ਨਿਊ) ਸ਼ੁੱਧਗਤਿਕ ਸ਼ਯਾਨਤਾ
π	(ਪਾਈ) ਸਥਿਰ ਅੰਕ, 3.142
ρ	(ਰੋਹ) ਦ੍ਰਵ ਦੀ ਘਣਤਾ
Σ	(ਸਿਗਮਾ) ਕੁੱਲ ਜੋੜ
σ	(ਸਿਗਮਾ) ਸਤਹੀ ਤਣਾਉ ਗੁਣਾਂਕ
τ	(ਟਾਓ) ਕਤਰਨੀ ਤਣਾ

φ	(ਫਾਈ) ਵੇਗ ਵਿਭਵ
ψ	(ਪਸਾਈ) ਧਾਰਾ ਫਲਨ
ω	(ਓਮਿਗਾ) ਕੋਣਿਕ ਵੇਗ

ਪਰਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ॥ਘ॥

ਮੂਲ ਅਵਕਲ ਗੁਣਾਂਕ ਅਤੇ ਸਮਾਕਲ

ਅਵਕਲ ਗੁਣਾਂਕ	ਸਮਾਕਲ
$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ {ਜੇਕਰ $n \neq -1$}
$\frac{d}{dx}(ln\, x) = \frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x} dx = ln\, x + C$
$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\frac{d}{dx}(e^{kx}) = ke^{kx}$	$\int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} + C$
$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x\, ln\, a$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{ln\, a} + C$
$\frac{d}{dx}(cos\, x) = -\, sin\, x$	$\int sin\, x\, dx = -\, cos\, x + C$
$\frac{d}{dx}(sin\, x) = cos\, x$	$\int cos\, x\, dx = sin\, x + C$
$\frac{d}{dx}(tan\, x) = sec^2\, x$	$\int sec^2\, x\, dx = tan\, x + C$
$\frac{d}{dx}(cosh\, x) = sinh\, x$	$\int sinh\, x\, dx = cosh\, x + C$
$\frac{d}{dx}(sinh\, x) = cosh\, x$	$\int cosh\, x\, dx = sinh\, x + C$
$\frac{d}{dx}(sin^{-1}\, x) = \frac{1}{\sqrt{(1 - x^2)}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{(1 - x^2)}} dx = sin^{-1}\, x + C$
$\frac{d}{dx}(cos^{-1}\, x) = \frac{-1}{\sqrt{(1 - x^2)}}$	$\int \frac{-1}{\sqrt{(1 - x^2)}} dx = cos^{-1}\, x + C$
$\frac{d}{dx}(tan^{-1}\, x) = \frac{1}{(1 + x^2)}$	$\int \frac{1}{(1 + x^2)} dx = tan^{-1}\, x + C$
$\frac{d}{dx}(sinh^{-1}\, x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 1)}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 1)}} dx = sinh^{-1}\, x + C$
$\frac{d}{dx}(cosh^{-1}\, x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 - 1)}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{(x^2 - 1)}} dx = cosh^{-1}\, x + C$
$\frac{d}{dx}(tanh^{-1}\, x) = \frac{1}{(1 - x^2)}$	$\int \frac{1}{(1 - x^2)} dx = tanh^{-1}\, x + C$